Nr. 6070

Der Rechenschieber

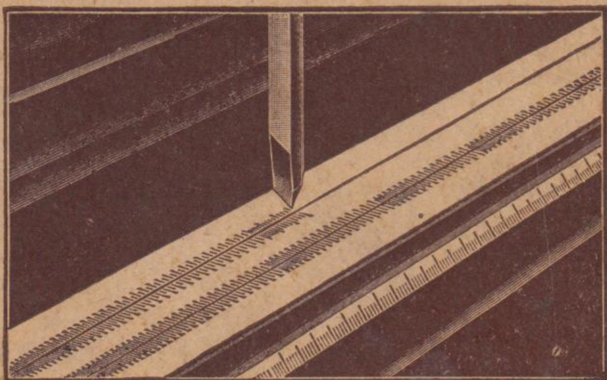
und sein Gebrauch

in Beruf, Schule und Leben

mit neuer Stellenzahlbestimmung

von

Dr. Ph. Lötzbeyer Berlin



Gebr. Wichmann m. b. H.

Berlin NW 7, Karlstr. 13 / Fernruf: D 2, Weidendamm 5541

Breslau 1, Reuschestr. 13–14
Fernruf Nr. 57 625

Hamburg 1, Rathhausstr. 13
Fernruf Nr. 33 2917

Magdeburg, Alte Ulrichstr. 17
Fernruf Nr. 32 362

Düsseldorf, Adlerstr. 78
Fernruf Nr. 12 304

Königsberg (Pr.), Vorst. Langgasse 93
Fernruf Pregel 40 990

Stettin, Scharlaustr. 2
Fernruf Nr. 22 024

Gegr. 1873

Stuttgart-N., Rotestr. 1, Fernruf Nr. 20 380

Inhalt

Vorbemerkung 1

I. **Einführung**

1. Mechanische Addition u. Subtraktion an d. gleichm. Teilung 2
2. Die logar. Teilung u. das Rechnen mit ihr 3
3. Genauigkeit beim prakt. Rechnen 4

II. **Der Rechenschieber und seine Hauptteilungen.**

4. Beschreibung des Rechenschiebers 5
5. Einstellen u. Ablesen der Teilungen 6

III. **Multiplikation und Division. Stellenzahl.**

6. Einfache Multiplikation 7
7. Einfache Division 8
8. Vereinigte Multiplikation u. Division 9
9. Stellenzahlbestimmung 10
10. Massenrechnungen d. einf. Multiplikation u. Division 12

IV. **Verhältnisrechnen mit Anwendungen.**

11. Der Rechenschieber in Verhältnisstellung 12
12. Anwendungsbeispiele für versch. Gebiete 13

V. **Quadrate und Quadratwurzeln.**

13. Quadrieren 15
14. Quadratwurzelziehen 17
15. Das Rechnen mit Quadr. u. Quadratw. 17
16. Vereinfachung der Inhaltsberechnung von Kreis, Zylinder usw. 18

VI. **Dritte Potenzen und dritte Wurzeln.**

17. Kubikzahl 19
18. Kubikwurzel 20

VII. **Potenzen und Wurzeln mit beliebigen Exponenten.**

19. Gleichmäßige Teilung L und doppellogarithmische Teilung 21

VIII. **Umgekehrte Teilung.**

20. Zunge in gegenläufiger Lage. Reziprokteilung 22
21. Allg. Anwendungen 23
22. Auflösung quadr. u. kub. Gleichungen 24

IX. **Die trigonometrischen Teilungen S und T.**

23. Die Teilungen 25
24. Das Rechnen mit den Teilungen. Dreiecksrechnung 27
25. Die Marken ϱ. Bogen, Funktionen kleiner Winkel 28

X. **Allgemeines.**

26. Fehlergrenzen beim Zahlenrechnen. Genauigkeit des Rechenschiebers und Verbindung mit dem Tafelrechnen. 28
27. Rechenbeispiele am Rietzschieber 29
28. Anhang: Lösungen der Übungen u. Aufg. 32

Vorbemerkung.

Die Grundlagen des Schieberrechnens sind überaus einfach. Und doch hat der Anfänger gewisse kleine Schwierigkeiten zu überwinden, ehe er die außerordentlichen Vorteile des Schieberrechnens völlig ausnutzen kann. Das geschieht umso leichter, je genauer er sich mit den Grundlagen und dem Lesen und Einstellen der Teilungen befaßt und je weniger er mit umständlichen und unnützen Regeln belastet wird. In der vorliegenden Anleitung wird daher zur Einführung ein vom Üblichen abweichender Weg gegangen. Ferner wird statt der üblichen unpraktischen Stellenzahlregeln mit den Marken P — 1 und Q + 1 auf beiden Seiten der Teilung D, die mit Recht von den besten Kennern des Schieberrechnens abgelehnt werden, eine überaus leicht zu behaltende Regel für alle in Betracht kommenden Fälle angegeben.

Das Schieberrechnen kann selbstverständlich nur durch wirkliche Übung mit einem brauchbaren Rechenschieber erlernt werden. Dieser steht in drei Größen zur Verfügung, die durch die Teilungslänge der unteren Schieberteilung gekennzeichnet sind: Länge 500 mm, 250 mm und 125 mm. Die erste Größe kommt für den Arbeitstisch für genauere Rechnungen in Frage; die mittlere Größe ist die am meisten gebrauchte und die dritte ist als Taschenschieber für Überschlagsrechnungen von Vorteil. Die nachstehende Anleitung gilt für alle drei Größen in gleicher Weise, wenn in ihr auch der Einfachheit halber nur von der mittleren Größe die Rede ist. Ihr Ziel ist, den Leser bis zur sicheren Verwendung des sog. Rietzschiebers zu führen. Rechenbeispiele am Rietzschieber sind in 27. gegeben.

Wer sich genügende Fertigkeit im Schieberrechnen erworben hat, wird im Rechenschieber bald ein wichtiges und unersetzliches Hilfsmittel für das praktische Zahlenrechnen erkennen, das dem Techniker im Bau- und Maschinenwesen, dem Landmesser, Statistiker, Kaufmann, Wissenschaftler, Lehrer und Schüler, endlich dem Verwaltungsbeamten und auch dem Privatmann die größten Dienste bietet. Für Sonderaufgaben stehen zahlreiche Spezialschieber zur Verfügung. Die Lösungen der Übungen und Aufgaben sind als Anhang in 28. gegeben. Das Bild auf der Titelseite zeigt, wie die Teilungen bei guten Rechenschiebern mit Sticheln mittels der Teilmaschine hergestellt werden. Endlich sei noch bemerkt, daß für die Erlernung des Schieberrechnens bei der vorliegenden Anleitung die Kenntnis der Logarithmen nicht erforderlich ist.

I. Einführung.

1. Mechanische Addition und Subtraktion an der gleichmäßigen Teilung.

1. Die Grundgedanken des Schieberrechnens werden am leichtesten erfaßt, wenn wir vorerst einige Rechnungen mit Hilfe einer gleichmäßigen Teilung, z. B. eines Zentimetermaßstabes, ausführen. Wir haben zunächst ein kleines Meßlineal von 10 cm Länge und einen Zirkel zur Verfügung.

Aufgabe: 4 + 3.

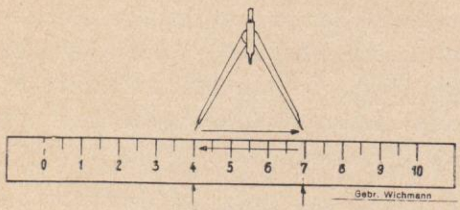


Abb. 1

Wir nehmen die Strecke 3 cm in den Zirkel und tragen diese vom Teilstrich 4 nach rechts (vorwärts) ab. Ablesen des Ergebnisses 7 an der zweiten Zirkelspitze.

Aufgabe: 7—3.

Die Strecke 3 cm wird mit dem Zirkel vom Teilstrich 7 nach links (rückwärts) abgetragen. Ergebnis 4.

2. Das angegebene Verfahren ist umständlich. Wir ersetzen den Zirkel durch ein zweites, verschiebbares Lineal mit der gleichen Teilung. Der Vorrichtung geben wir zweckmäßig die folgende Form: die erste Teilung bringen wir auf einem festen **Stab** an, der vorn mit Falz und Nuten versehen ist. In diesen ist ein zweites Lineal, die **Zunge**, mit der gleichen Teilung verschiebbar. Die Vorrichtung stellt einen Rechenschieber einfachster Art dar. Der Leser benutze als Stab ein einfaches Meßlineal, als Zunge oder Schieber einen Kartonstreifen mit der gleichen Teilung.

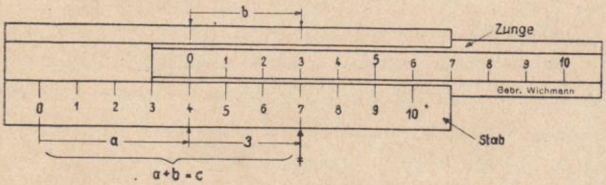


Abb. 2

Die Aufgabe a + b = 4 + 3 = 7 wird jetzt durch **Anfügen** der Strecke b = 3 auf der **Zunge** (Z) an a = 4 auf dem **Stabe** (St) gelöst. Wir stellen den Anfangsstrich 0 von Z über Teilstrich 4 von St und lesen unter Z 3 auf der Stabteilung das Ergebnis 7 ab.

Die Aufgabe c—b = 7—3 = 4 wird durch **Abziehen** der Strecke b = 3 von c = 7 gelöst. Wir stellen Z 3 über St 7 und lesen unter dem Anfangsstrich Z 0 auf St das Ergebnis 4 ab.

3. Bei Aufgaben wie z. B. 7 + 5, 7 + 6 .... kommen wir über den 1. Zehner hinaus. Die Stabteilung reicht also nicht aus. Wir schieben dann die Zunge nach **links,** so daß der Endstrich Z 10 über 7 steht. Der Teilstrich 5 der Zunge kommt jetzt auf 2 (statt auf 12 der verlängert gedachten Stabteilung). Die Einstellung mit dem Endstrich Z 10 zeigt, daß unser Ergebnis in dem nächsten Zehner liegt, also 12 heißt.

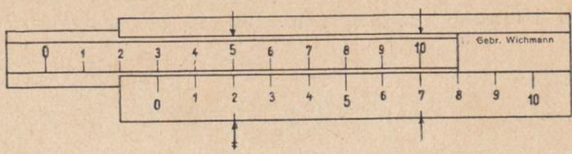


Abb. 3

Bei der Subtraktionsaufgabe 12—5 stellen wir Z 5 über St 2 und lesen unter dem Endstrich von Z das Ergebnis 7 ab.

Ergebnis: **Bei der Addition a + b wird der Anfangs- oder Endstrich von Z über die erste Zahl (a) auf St gestellt und unter der zweiten Zahl (b) abgelesen.**

Bei der Subtraktion ist es umgekehrt. Das Ergebnis wird unter dem Anfangs- oder Endstrich von Z abgelesen.

Das Vorhergehende kennzeichnet die wesentlichen Grundlagen des Schieberrechnens:

Darstellung von Zahlen durch Strecken und Ausführung von Rechenvorgängen durch Anfügen oder Abziehen von Strecken.

2. Die logarithmische Teilung und das Rechnen mit ihr.

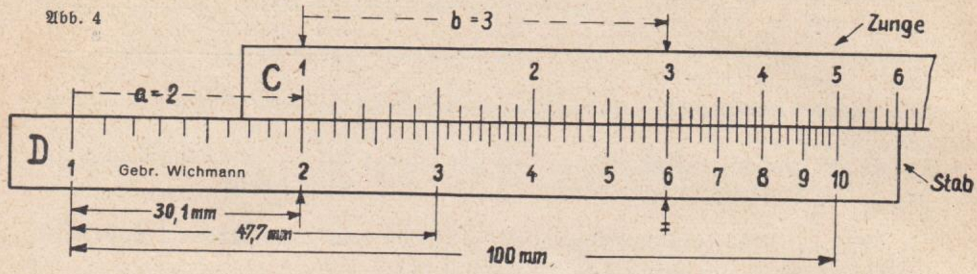
1. Entsprechend wie eine gleichmäßige Teilung (Zentimetermaßstab) erhalten wir eine logarithmische Teilung, indem wir auf einem Kartonstreifen von einem festen Anfangspunkt aus die Werte der Zehnerlogarithmen von 1, 2, ... 10 in einem bestimmten Maßstab abtragen, so daß z. B. log 10 = 1 dm = 100 mm gleich der Teilungslänge oder logarithmischen Einheit wird.

Zahl	Logarithmus	Teilungslänge (Maßstab)	Länge
1	0,0000	100 mm	0,00 mm
2	0,3010	100 „	30,10 „
3	0,4771	100 „	47,71 „
.	.	.	.
10	1,0000	100 mm	100,00 mm.

Statt der Logarithmen schreiben wir auf die Teilung die zugehörigen Zahlen 1, 2, ... 10, die die Hauptstriche unserer Teilung D (Abb. 4) bezeichnen.

Diese „falsche" Bezifferung ist sehr vorteilhaft und nicht ungewöhnlich. Denn an der Federwaage z. B. schreibt man auch nicht die durch die Last bewirkte Ausdehnung der Feder in mm an, sondern das entsprechende Gewicht in kg.

Abb. 4



Als erste Unterteilung tragen wir noch zwischen 1 und 4 die Logarithmen der Zehntel, also von 1, 1; 1,2; 1,3 ... 3, 9, zwischen 4 und 10 noch die der Fünftel, also von 4,2; 4,4; 4,6 .... 9,8 auf.

Für die Logarithmen gelten die Rechengesetze:

I. **log (a·b) = log a + log b** ; Beisp. log (2·3) = log 2 + log 3;
II. **log (a:b) = log a − log b** ; „ log (6:2) = log 6 − log 2.

An unserer Teilung ergibt sich also **das Produkt a·b durch Anfügen der mit b bezifferten Strecke an die mit a bezeichnete; der Quotient a:b durch Abziehen der mit b bezifferten Strecke von der mit a bezeichneten.**

Aufgabe. Bestimme mit dem Stechzirkel 2·2; 2·4; 2·5; 1,5·2; 1,5·3; 1,5·4; ebenso 6:2, 4:2; 7:2; 8:2; 9:2; 4,5:3; 7,5:3.

2. Wir ersetzen den Zirkel durch die zweite genau gleiche Teilung C und lösen durch Verschieben dieser Teilung längs D die vorstehenden Aufgaben (Abb. 4):

Beispiele: Multipl. 2·3; Div. 6:3.

Multiplikation: Strecke $\overline{12}$ (D) + Strecke $\overline{13}$ (C) = Strecke $\overline{16}$ (D)
Division: Strecke $\overline{16}$ (D) − Strecke $\overline{13}$ (C) = Strecke $\overline{12}$ (D)

Durch die zweite Teilung wird nicht nur die Handhabung unseres Rechenhilfsmittels vereinfacht, sondern auch die Wirkung erhöht. Es zeigt sich, daß unter jeder Zahl von C das 2fache auf dem Stabe D steht, z. B.

Z	1,5	2,5	4	4,5	5
St.	3	5	8	9	10

3. Genauigkeit beim praktischen Rechnen.

Der Anfänger findet es beim Schieberrechnen zunächst störend, daß man mit dem Rechenschieber abgekürzt rechnet und nur 3- bis 4-stellige Zahlen einstellen kann. Es ist jedoch ein großer Vorzug, daß überflüssige Stellen und Rechnungen vermieden werden, denn im praktischen Leben kommt man in den meisten

Fällen mit 3- und 4-stelligen Zahlen aus. Wir ersetzen also beim praktischen Schieberrechnen Zahlen wie:

	2576;	3402;	78 235;	167499
durch	2580;	3400;	78 200;	167500.

Wenn wir beim Kaufmann $2\frac{1}{4}$ m Band, 1 m zu 1,17 RM, kaufen, so ergibt die übliche Rechnung 2,6325 RM. Das ist eine überflüssige Arbeit, da die beiden letzten Stellen wieder gestrichen werden; während der Rechenschieber den Betrag von 2,63 RM ergibt, der auch gezahlt wird.

II. Der Rechenschieber und seine Hauptteilungen.

Für den Leser, der mit den Logarithmen nicht vertraut ist, genügt für den Aufbau des ganzen Schieberrechnens die Voraussetzung, daß unser Rechenschieber Teilungen (Abb. 5) enthält, bei denen
die **Addition** der durch die Zahlen gekennzeichneten **Strecken** ihre **Multiplikation**,
die **Subtraktion** der durch die Zahlen gekennzeichneten **Strecken** ihre **Division**
bedeutet.

4. Beschreibung des Rechenschiebers.

Der heutige Rechenschieber besteht aus drei Teilen: dem **Stab** oder festen Teil, der **Zunge**[1]), die in einer Längsrille des Stabes gleitet, und dem über beide greifenden **Läufer**, der mit einem od. mehreren fein. Strichen zum Einstellen u. Festhalten bestimmter Punkte versehen ist.

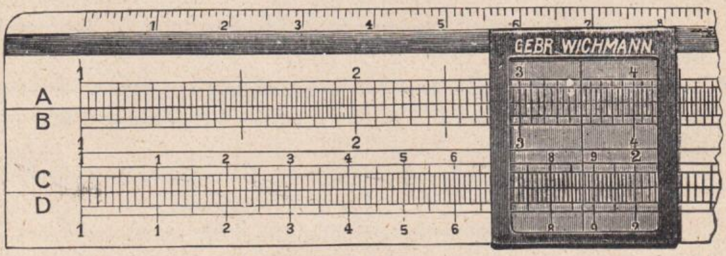


Abb. 5

Beim einfachen Rechenschieber, den wir zunächst betrachten, trägt der Stab die logarithmischen Teilungen A und D, die Zunge die logarithmischen Teilungen B und C. Die Teilungslänge der paarweise übereinstimmenden Skalen A und B beträgt 125 mm, die der unteren Skalen C und D 250 mm.

Die Hauptteilung der unteren Skalen stellt die Zehnerlogarithmen von 1—10 dar, die der oberen Skalen die von 1—10 und von 10—100. Die Teilung der Zehnerspanne der oberen Skalen von 10—100 (rechte Hälfte der Teilung A und B) deckt sich mit der linken Hälfte, da z. B. $\log 25 = \log (10 \cdot 2{,}5) = \log 10 + \log 2{,}5 = 1 + \log 2{,}5$ ist. Die rechte Hälfte der oberen Teilungen ist daher auch oft mit 1; 2; 3; 4; . . . 1 beziffert. Rechenschieber mit schräger Hinterkante tragen auf dieser eine gute Millimeterteilung und bilden so zugleich vorzügliche Maßstäbe zum Zeichnen.

[1]) Früher meist Schieber genannt.

Geschichtliches. Die erste log. Teilung wurde 1620 von dem englischen Mathematiker Edmond Gunter (1581—1626) hergestellt. Mit der Gunterskala wurde mittels eines Zirkels noch zur Zeit der großen englischen Seekriege unter Nelson in der Marine allgemein gerechnet. Die Verwendung des Zirkels erwies sich jedoch sonst als unpraktisch. Er wurde daher bald durch eine zweite, genau gleiche Teilung ersetzt, die an der ersten entlang gleitend geführt werden konnte. Schon um 1660 gab der Engländer Seth Patridge dem „Rechenschieber" im wesentlichen die noch heute übliche Form durch Einfügung einer Zunge, die in einem Falz des eigentlichen Stabes gleitet.

5. Einstellen und Ablesen bestimmter Stellen.

1. Unterteilung und Bezifferung. Die größte Schwierigkeit besteht für den Anfänger im Einstellen und Ablesen der genauen Werte der Teilungen, die ungleichmäßig und in ihrer Unterteilung wechselnd sind. Es genügt die Betrachtung der unteren Teilungen. Sie zerfallen in 3 Abschnitte (Abb. 6).

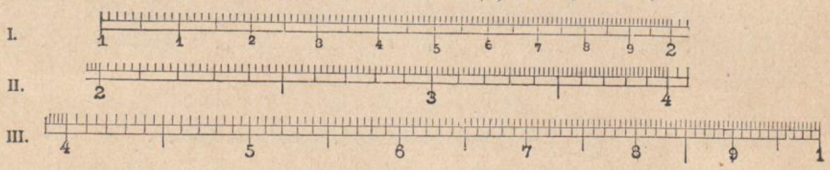


Abb. 6

I. Abschnitt: **1 bis 2.** Hier hat die erste Unterteilung die

Bezifferung **1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 2**

mit den Zahlwerten 1,0 1,1 1,2 1,3 1,4 1,5 1,6 1,7 1,8 1,9 2,0.

Der Zwischenraum zwischen je 2 Strichen wird in weitere 10 Teile geteilt mit den Zahlwerten 1,00; 1,01; 1,02.... 1,10; 1,11; 1,12;..... 1,20 usw.

II. Abschnitt: **2 bis 4.** Hier sind zwischen der ersten Unterteilung 2,1; 2,2; 2,3 .... 3,9; 4,0 nur noch 5 Teilstriche zwischen je 2 Zahlen gegeben, die folgende Zahlen bedeuten: 2,02; 2,04; 2,06; 2,08 usw.

III. Abschnitt **4 bis 10.** Zwischen den Zehnteln sind hier nur noch die Hälften gegeben, z. B. 4,05; 4,15; 4,25; 4,35 usw.
Die oberen Teilungen umfassen ebenfalls 3 Abschnitte, die der Leser nunmehr selbst angeben kann.

Zu beachten: Beim Ablesen **erst** die linke Zahl der Hauptteilung, dann die linke Zahl der 1. Unterteilung, dann die linke Zahl der zweiten Unterteilung, z. B. 1—4—65 (5 geschätzt) ablesen.

2. Das Bestimmen der Stellen zwischen den Teilstrichen

erfolgt durch Schätzen nach dem Augenmaß. Die Fähigkeit dazu kann nur durch Übung erworben werden. Man muß lernen, die Spanne zwischen zwei Strichen in Halbe, Viertel, Fünftel usw. zu teilen.

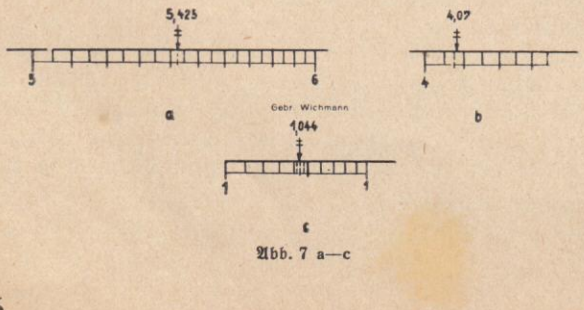


Abb. 7 a—c

Übung 1. An der Teilung D (Abb. 6) sind die Zahlen 1,065; 1,573; 2,01; 3,67; 4,03; 5,27; 9,16 durch Pfeilstriche zu kennzeichnen.

2. 5,425; 4,07; 1,044 einzustellen (Abb. 7).

5,425 liegt in der Mitte zwischen 5,40 und 5,45. 4,07 liegt zwischen 4,05 und 4,10 etwas links von der Mitte (4,075). 1,044 liegt zwischen 1,04 und 1,05 und zwar etwas links vom 2. Viertel.

III. Multiplikation und Division.

Stellenzahlbestimmung.

Vorbemerkung: Bei den Teilungen des Rechenschiebers kann der Strich oder die Stelle 473 die Zahlen 4,73 oder 47,3 oder 4730 oder 0,473 oder 0,00473 bedeuten. Wir erhalten immer die gleiche Ziffernfolge im Ergebnis, nur die Kommastellung ist verschieden.

Das Einstellen und Ablesen geschieht demgemäß ohne Rücksicht auf das Komma unter Angabe der Ziffernfolge. So werden die Zahlen 285 oder 2,85 oder 0,00285 in gleicher Weise 2—8—5 gelesen. Bei den Ergebnissen wird das **Komma** nachträglich gesetzt. Seine Stellung wird zunächst durch Überschlag gewonnen.

Wir rechnen im Anfang grundsätzlich mit den genaueren und leichter ablesbaren Teilungen C und D. Die folgenden Aufgaben sind zur Übung auch auf den oberen Teilungen zu lösen.

6. Einfache Multiplikation.

Beispiel 1: $18 \cdot 0{,}25 = 4{,}5$. (Abb. 8)

Das Ergebnis liegt zwischen 4 und 5 ($0{,}25 = \frac{1}{4}$!)

Mit unserer Einstellung können wir auch ablesen unter

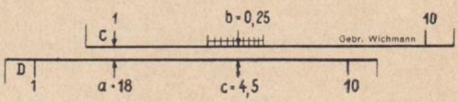


Abb. 8

C	20	21	22	. . .	55
D	36,0	37,8	39,6	. . .	99,0 .

Mit dem Faktor 56 kommen wir über die 1. Zehnerspanne (Dekade) hinaus.

Übungen: a) $0{,}128 \cdot 3{,}41$; b) $0{,}186 \cdot 0{,}284$; c) $34{,}6 \cdot 0{,}278$; d) $6{,}25 \cdot 0{,}1365$; e) $3{,}45 \cdot 1{,}64$; f) $0{,}247 \cdot 0{,}189$; g) $26{,}8 \cdot 0{,}1283$; h) $13{,}26 \cdot 0{,}175$.

Beispiel 2: $4{,}5 \cdot 3{,}6 = 16{,}2$ (Abb. 9).

Bei der Einstellung des Anfangsstriches C 1 über D 4—5 würde die Stelle C 3—6 rechts über D ins Freie hinausragen. Das Ergebnis ist nicht ablesbar.

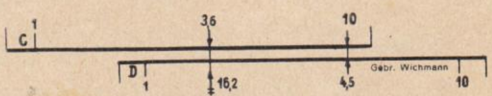


Abb. 9

Wir müssen eine **„Umstellung"** der Zunge vornehmen und statt C 1 den Endstrich C 10 über 4—5 setzen. Alsdann steht C 1 über 4—5 der nach links verlängert gedachten Stabteilung D. Wir lesen nun auf D unter C 3—6 das Ergebnis 1—6—2 ab, das zwischen 13 und 18 liegen muß und daher 16,2 lautet.

Es empfiehlt sich, den Überschlag vorher vorzunehmen, um vergebliche Einstellungen zu vermeiden. Bei kleinen Überschreitungen der Dekade sind die sogenannten **„Überteilungen"** nützlich, die sich bei neueren Rechenschiebern rechts und links der Teilungen befinden.

Übungen: a) 0,366·4,83; b) 4,76·0,0523; c) 0,834·0,416; d) 0,0753·2,49.

Zu beachten! **Bei der Multiplikation erfolgt die Einstellung mit Anfangs- oder Endstrich der Zunge** (C 1 oder C 10). Beim Rechnen mit den oberen Teilungen kann man immer B 10 zur Einstellung benutzen.

7. Einfache Division.

Beispiel 1: 37,2:15,5 = 2,4 (Abb. 10).

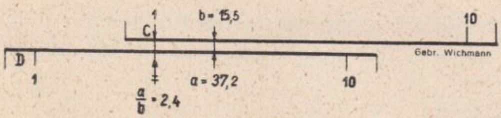


Abb. 10

Das Ergebnis wird unter dem Anfangsstrich C 1 auf D abgelesen. Es liegt zwischen 2 und 3.

Im vorliegenden Beispiel fällt das rechte Zungenende nach außen.

Beispiel 2: 34,5:4,6 = 7,5 (Abb. 11).

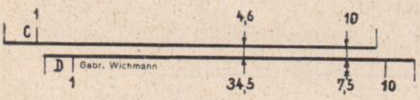


Abb. 11

Hier fällt der Anfangsstrich C 1 links nach außen. Wir lesen daher das Ergebnis unter dem Endstrich C 10 ab. Bei der Division ist niemals eine Umstellung erforderlich. Es wird unter C 1 oder C 10 abgelesen, je nachdem die erste Ziffer im Zähler größer oder kleiner ist als die im Nenner.

Zu beachten! **Bei der Division wird das Ergebnis unter dem Anfangs- oder Endstrich der Zunge abgelesen.**

Bei den oberen Teilungen kann man immer B 10 zur Ablesung benutzen.

Übungen: a) $\frac{487,2}{26,9}$; b) $\frac{15,32}{0,235}$; c) $\frac{0,947}{0,00456}$; d) $\frac{7,28}{0,803}$.

Genauigkeit der Einstellung und Ablesung auf C und D:

Bei mittlerer Rechengeschwindigkeit kann man zwischen 1 und 2 4-stellige, sonst 3-stellige Zahlen bequem einstellen und ablesen.

8. Vereinigte Multiplikation und Division.

1. Dreisatz. Besondere Vorteile bietet das Schieberrechnen, wenn Multiplikationen und Divisionen gleichzeitig durchzuführen sind. Aufgaben dieser Art haben wir bei der einfachen und zusammengesetzten Schlußrechnung (Regeldetri).

Die Aufgabe: 14 kg kosten 28 RM; wieviel kosten 25 kg?

führt auf den „Dreisatz“ $\frac{28 \cdot 25}{14}$ RM (allg. Form $\frac{a \cdot c}{b}$).

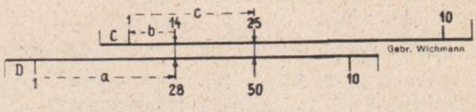


Abb. 12

Zur genauen und einfachen Lösung der Aufgabe stellen wir zunächst die Division $\frac{a}{b} = \frac{28}{14}$ ein (Abb. 12). Das Ergebnis unter C 1 wird nicht abgelesen, sondern sofort mit c = 25 multipliziert, indem wir den Läuferstrich über C 25 setzen und darunter auf D das Ergebnis 50 (RM) ablesen.

Bei dem Dreisatz $\frac{28 \cdot 5}{42} = 3{,}33$ müßte man unter C 10 ablesen.

Bei der Aufgabe $\frac{28 \cdot 12}{4{,}2} = 80$ fällt bei Einstellung des Quotienten 28:4,2 die auf C stehende Zahl 12, unter der man ablesen sollte, links außerhalb der Stabteilung D. Das Entsprechende trifft auch zu für die Einstellung 12:4,2. Zur Ablesung des Ergebnisses müssen wir eine **„Umstellung der Zunge“** vornehmen. Wir setzen den Läuferstrich nach der Einstellung 28:4,2 über C 10, schieben die Zunge nach rechts, bis C 1 unter dem Strich steht, und lesen unter C 12 das Ergebnis 80 ab.

Übungen: a) $\frac{5{,}5 \cdot 18{,}6}{32{,}7}$; b) $\frac{23{,}5 \cdot 0{,}438}{6{,}42}$; c) $\frac{186{,}4 \cdot 2{,}45}{47{,}5}$; d) $\frac{0{,}0216 \cdot 1{,}77}{0{,}564}$.

2. Der Kettensatz, der sich bei zusammengesetzten Schlußaufgaben ergibt, wird in Dreisätze aufgelöst.

Beispiel: $$\frac{72 \cdot 30 \cdot 5}{24 \cdot 6} = 75.$$

Würden wir hier erst die Multiplikationen im Zähler ausführen und dann nacheinander durch die Faktoren im Nenner teilen, so wären 4 Einstellungen erforderlich. Durch Zerlegung in die Dreisätze

$$\text{I. } \frac{72 \cdot 30}{24} = x \qquad \text{II. } \frac{x \cdot 5}{6} = 75$$

kommen wir mit 2 Einstellungen zum Ziel.

Übungen: a) $\frac{72 \cdot 40 \cdot 9}{24 \cdot 5}$; b) $\frac{2{,}2 \cdot 83{,}3 \cdot 1{,}28}{1{,}12 \cdot 14{,}2}$; c) $\frac{3{,}16 \cdot 9{,}13 \cdot 0{,}285}{0{,}45 \cdot 14{,}9 \cdot 3{,}765}$.

Kettensätze spielen bei kaufmännischen und technischen Rechnungen eine besondere Rolle.

9. Stellenzahlbestimmung.

1. Der Techniker, der vielfach mit Massenaufgaben zu tun hat, kennt in diesem Falle die Größenordnung der Ergebnisse und hat daher i. a. mit der Bestimmung der Kommastellung keine Schwierigkeiten. Dagegen gibt es viele Schieberrechner, die Einzelaufgaben zu lösen haben und denen ein Überschlag zur Kommabestimmung zu mühsam ist. In jedem Falle ist es von großer Wichtigkeit, ein überaus einfaches Verfahren zur sicheren Bestimmung oder Prüfung der Kommastellung des Ergebnisses zu haben. Wir geben hier eine neue einfache Regel, die das Gedächtnis nicht belastet.

2. **Stellenzahl.** Mit Stellenzahl bezeichnet man die Anzahl der Stellen vor dem Komma oder bei Dezimalbrüchen (kleiner als 1) die der fehlenden Stellen (Nullen) nach dem Komma.

Beispiele:	4820,6;	62,5;	0,36;	0,0783;	0,00045
Stellenzahl:	$+4$	$+2$	0	-1	-3

Das Wort **Einstellzahl** (Ez) benutzen wir für die Stellenzahl eines zu berechnenden Ausdrucks, die wir bei einem Stellenschieber einstellen oder aufschreiben.

Ez eines Produktes ist die Stellensumme $m + n$ der Faktoren.

Beispiele: **652**,8 · **2**,38 Ez $= m + n = 3 + 1 = 4$
31,6 · 0,**000**75 $= 2 + (-3) = -1.$

Ez eines Quotienten ist die Differenz $m-n$ aus den Stellenzahlen des Zählers und des Nenners.

Beispiele: **428**,3 : **24**,5 Ez $= m-n = 3-2 = 1$
32,8 : 0,**000**75 $= 2-(-3) = 5$

Ez eines Drei- oder Kettensatzes ist gleich

Ez des Zählers — Ez des Nenners.

Beispiele: $\frac{34{,}68 \cdot 0{,}00074}{56{,}2}$ Ez $= (2 + (-3))-2 = -3$

$\frac{0{,}022 \cdot 83{,}4 \cdot 0{,}128}{0{,}112 \cdot 3{,}5 \cdot 20}$ Ez $= 1-3 = -2.$

Mit einem Blick sehen wir beim 2. Beispiel, daß im Zähler 83,4 und 0,128 und im Nenner entsprechend 20 und 0,112 die gleiche Stellenzahl haben, so daß noch $-1-1 = -2$ bleibt.

3. **I. Stellenzahlregel der einfachen Multiplikation und Division:**

Die Stellenzahl Sz des Ergebnisses ist gleich der Einstellzahl p des Produktes oder q des Quotienten; nur bei der Benutzung **des linken Zungenstücks zum Ablesen** des Ergebnisses ist zu verbessern: $p-1$; $q+1$. (Zum Merken: **Multipl. ÷ Minus.**)

II. **Stellenzahlregel für Drei- und Kettensätze:**

Die Einstellzahl ist nur bei Umstellungen der Zunge nach I zu verbessern, wenn auch das Zwischenergebnis **nicht abgelesen** wird.

Zu beachten! Jeder Schieberrechner markiere sich auf dem linken Zungenende die Merkzeichen (p—1) und (q + 1) (Abb. 13).

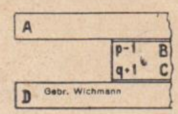


Abb. 13

p-1
q+1

Multiplikationen mit oder Divisionen durch Potenzen von 10, die in den zu berechnenden Ausdrücken vorkommen, werden zunächst außer Acht gelassen und erst nach Bestimmung des vorläufigen Ergebnisses berücksichtigt.

Prüfung und Begründung an Beispielen.

		Zum Ablesen benutzt:	Stellenzahl: Ez	Verb.	Übergang in andere Zehnerspanne:
1)	$3 \cdot 2 = 6$	l. Zungenstück	2	$-1 = 1$	nein
2)	$4 \cdot 3 = 12$	r. „	2	$= 2$	ja
3)	$48 : 12 = 4$	l. „	0	$+1 = 1$	nein
4)	$48 : 4 = 12$	l. „	1	$+1 = 2$	„
5)	$42 : 7 = 6$	r. „	1	$= 1$	ja

Umstellung:

6)	$\frac{48 \cdot 2{,}5}{3} = 40$	nein	2	$= 2$	
7)	$\frac{28 \cdot 9}{7} = 36$	nein	2	$= 2$	
8)	$\frac{84 \cdot 9}{7} = 108$	ja; l. Z.	2	$+1 = 3$	$\frac{84}{7}$ l. Z.
9)	$\frac{28 \cdot 2}{7} = 8$	ja; l. Z.	2	$-1 = 1$	$\left(\frac{28}{7}\right) \cdot 2$ l. Z.
10)	$\frac{34{,}1 \cdot 0{,}06}{5{,}5} = 0{,}372$	nein	0	$= 0$	
11)	$35{,}2 \cdot 2{,}45 \cdot 0{,}57 = 49{,}1$	ja; l. Z.	3	$-1 = 2$	$35{,}2 \cdot 2{,}45$ l. Z.
12)	$\frac{\overset{1)}{0{,}026} \cdot \overset{3)}{48{,}2} \cdot \overset{5)}{0{,}74}}{\underset{6)}{2{,}74} \cdot \underset{4)}{0{,}61} \cdot \underset{2)}{3{,}5}} = 0{,}01585$	nein	-1	$= -1$	

In Beispiel 12 ist die Reihenfolge der Rechnungen durch die kleinen Ziffern angedeutet. Bei Drei- und Kettensätzen suchen wir durch geeignete Reihenfolge der Rechnungen Umstellungen zu vermeiden.

10. Massenrechnungen der einfachen Multiplikation und Division.

1. Multiplikation. Aufgabe 1. Man soll 1,12 mit 25, 26, 27, . . . 48 multiplizieren (Lohntabelle).

C 1	25	26	27	28	 48	(Stunden)
D 112	28,00	29,12	30,24	31,36	. . . .	(Lohn).

Es genügt eine Einstellung. Die letzte Ziffer gewinnen wir aus den Endziffern der Faktoren.

Aufgabe 2. Man stelle eine Umrechnungstabelle auf für 15, 16, 17, . . . 40 kg in engl. Pfund. 1 kg = 2,2 engl. Pfund.

Aufgabe 3. Berechne den Umfang U der Kreise mit den Durchmessern d = 15,4; 28,5; 34,6; 4,58; 82,7 mm. $U = \pi \cdot d$.

Die Marke $\pi = 3{,}142$ ist auf sämtlichen Skalen angegeben.

2. Division. a) bei festem Dividenden.

Aufgabe 4. Man teile 26,8 durch 4,1; 4,2; 4,3; . . . bis 6,5.

Lösung mit einer Einstellung mit „gegenläufiger" oder reziproker Teilung

s. 21. Anwendung für die Bestimmung der Funktionswerte $y = \frac{a}{x}$.

b) bei festem Divisor d (Reduktionen).

Aufgabe 5. Man teile 38,4; 42,6; 54,5; 70,5 durch 12,8.

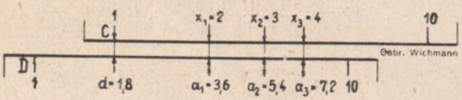


Abb. 14

Die Lösung mit einer Einstellung ist durch einen Kunstgriff möglich. Wir zeigen sie für das einfache Beispiel: 3,6; 5,4; 7,2; 9,0 durch 1,8 an der Abb. 14 ($a_1 = d \cdot x_1$; $a_2 = d \cdot x_2$; $a_3 = d \cdot x_3$).

Statt z. B. $3{,}6 : 1{,}8 = x_1$; $5{,}4 : 1{,}8 = x_2$ zu rechnen, lösen wir die Aufgabe $3{,}6 = 1{,}8 \cdot x_1$, $5{,}4 = 1{,}8 \cdot x_2$ usw. Wir bestimmen also die unbekannten Faktoren x_1, x_2 ... und lesen damit die gesuchten Quotienten auf der Zunge ab. Anwendung bei Gleichungen.

Aufgabe 6. Die Maße der Strecke einer Zeichnung sind 48,3; 26,5; 34,6; 41,9 mm. Bestimme die Längen für die Verkleinerung 1:1,8.

Aufgabe 7. Wieviel Seemeilen (1,852 km) sind 200, 300, ... 1000 km?

IV. Verhältnisrechnen (Proportion) mit Anwendungen.

11. Der Rechenschieber in Verhältnisstellung.

Die meisten Aufgaben des praktischen Lebens sind sogenannte Verhältnisaufgaben (Proportionen), wie wir sie z. T. schon aus der Dreisatzrechnung kennen.

Stellen wir auf dem Rechenschieber die Division $\frac{a}{b} = \frac{3,6}{2,4}$ (Abb. 15) ein, so lesen wir unter C 1 das Ergebnis a : b = 1,5 ab. Dieses können wir ohne Verschiebung der Zunge sofort mit einer Reihe von Zahlen $x_1 = 3$; $x_2 = 4$; $x_3 = 5$ usw. multiplizieren und unter diesen mit dem Läuferstrich die Ergebnisse $\frac{a}{b}\,x_1 = 4,5$; $\frac{a}{b}\,x_2 = 6$; .... ablesen. Mit einer einzigen Einstellung $\frac{a}{b}$ können wir also (nötigenfalls mit einer Zungenumstellung) die Funktion

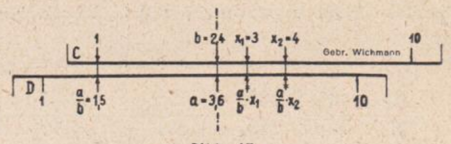


Abb. 15

$$\text{(I)} \qquad y = \frac{a}{b}\,x$$

für jeden beliebigen Wert von x berechnen.

Stab (St) a = 3,6	$y_1 = 4,5$	$y_2 = 6,0$	$y_3 = 7,5$	· · ·	Zählerteilung
Zunge (Z) b = 2,4	$x_1 = 3$	$x_2 = 4$	$x_3 = 5$	$x_4 = 6$	Nennerteilung.

Der Leser erkennt sofort aus der vorstehenden Übersicht, daß

$$\frac{a}{b} = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots\ldots = \frac{3}{2} \text{ ist.}$$

Alle Zähler y auf dem Stab und alle Nenner x auf der Zunge, die einander gegenüberstehen, verhalten sich wie $\frac{3,6}{2,4} = \frac{3}{2}$. Mithin gilt für sie die **Verhältnisgleichung** (Proportion) **(II)** $\frac{y}{x} = \frac{a}{b}$.

Regel: Stellt man am Rechenschieber den Bruch oder das Verhältnis a:b ein und sieht die Trennungslinie der Teilungen als Bruchstrich an, so sind die Brüche aus allen gegenüberstehenden Zahlen gleich.

Im Gegensatz zur Rechenmaschine gibt der Rechenschieber nicht nur **eine** Lösung, sondern die **Gesamtheit der Lösungen** der Aufgabe und bildet daher ein einzigartiges Rechenhilfsmittel für Massenrechnungen. Aus der unerschöpflichen Fülle der Anwendungen aus allen Gebieten geben wir nur wenige Beispiele.

12. Anwendungsbeispiele.

Zu beachten! Das Gesuchte kommt auf den Stab, das Gegebene auf die Zunge.

A. **Allgemein. 1)** 24 Stück einer Ware kosten 19,40 RM. Was kosten 40; 41; 42; 43 . . . 50 Stück?

St.	19,4	32,30	33,10	34,00	34,80	. . .	40,40	RM
Z.	24	40	41	42	43	. . .	50	Stück.

2) Die unter Z angegebenen Mieten sind um 5 % herabzusetzen (Prüfung).

$$\text{Neue Mieten} = \frac{95}{100} \text{ der früheren.}$$

St.	95	133,—	153,—	42,25	52,10		. . . RM neue Miete
Z.	100	140,—	161,—	44,50	54,80	68,50	. . . RM alte Miete

3) In einer Stadt von 16850 Einwohnern wurden gezählt: 12 690 Evang.; 3940 Kathol.; 202 Juden; 18 ohne Angabe der Konf.

St.	100	75,2	23,4	1,2	0,107	Prozent (zus. $\approx$[1] 100 Proz.).
Z.	16850	12690	3940	202	18	

B. **Technik und Gewerbe. 4)** Stelle eine Tabelle der Geschwindigkeiten in m/sec von 20, 25, 30, 35, ... 100 km/st her (Teilungen A u. B).

Es sind 18 km/st = 5 m/sec

St.	5	5,5	6,9	8,3		25	27,5	m/sec
Z.	18	20	25	30	 90	95	100	km/st

5) Maßumrechnungen sind wichtige Aufgaben in der Technik.

Beispiele: 1 engl. Zoll = 1 inch = 2,54 cm | 5 inches = 12,7 cm
1 yard = 0,9144 m | 35 yards = 32 m.

Zur Umrechnung benutzen wir zweckmäßig bequeme Verhältniszahlen, die rechts stehen und die durch Teilstriche auf den Skalen angegeben sind.

6) Näherungsweise Darstellung eines Verhältnisses durch kleinere Zahlen. Das errechnete Übersetzungsverhältnis für zwei Zahnräder mit den Zähnezahlen 149 und 122 ist praktisch nicht durchführbar. Das Verhältnis 149:122 kann annähernd durch die kleineren Zahlen $\frac{61}{50} \approx \frac{50}{41} \approx \frac{39}{32} \approx \frac{33}{27}$ ausgedrückt werden.

7) Eine Riemenscheibe I von 78 cm $\varnothing$, die 160 Touren/min macht, soll einer Welle mit der Riemenscheibe II 250 Touren/min erteilen. Wie groß muß der Durchmesser x von II werden?

Die Durchmesser verhalten sich umgekehrt wie die Tourenzahlen

$$\frac{160}{250} = \frac{x}{78}; \quad x = 50 \text{ cm.}$$

C. **Wirtschaft** (kaufm. Rechnen). Hier kann der Rechenschieber besonders zu Prüfungen benutzt werden.

8) Bei einem Ausverkauf werden die Katalogpreise um 15% herabgesetzt.

St.	85	34,—	38,70	51,—	59,50	71,—	. . . . RM herabges. Preise
Z.	100	40,—	45,50	60,—	70,—	83,50	. . . . RM Katalogpreise

9) Berechne die Zinsen zu 5% von 368 RM für 27 Tage.

Nach der Zinszahlenformel ist $z = \frac{\frac{1}{100}\, k \cdot t}{d}$, wo $d = \frac{360}{5} = 72$ ist. Ergebnis z = 1,38 RM.

10) Prüfe die Jahreszinsen zu $4\frac{3}{4}$ % für die angegebenen Beträge.

St.	4,75	13,15	18,35	27,80	40,—	RM Zinsen
Z.	100	276,50	386,—	585,—	843,—	RM Kapital

11) Der Kurs 6%-Pfandbriefe betrug im Juli 1932 69,30; 68,75; 70,25.
Wie groß war die wirkliche Verzinsung?

12) Währungsumrechnung. Die dänische Krone wurde Anfang 1933 mit 57,60 notiert. Wieviel RM hat man für 239, 740 und 415 Kr zu zahlen?

[1] Zeichen für „annähernd gleich".

13) Ein Bremer Kaufmann bezieht aus England 14 engl. Zentner einer Ware für 41 £ 13 sh. Er will feststellen, wieviel ihn 1 kg der Ware in deutscher Währung kostet (41 £ 13 sh = 833 sh). Berliner Kurs auf London 14,62, d. h. 1 £ = 20 sh = 14,62 RM.

Kettensatz:

x RM	1 kg
1	2,2 engl. Pfd.
112	1 engl. Ztr.
14	833 sh
200	146,2 RM

$$x = \frac{2{,}2 \cdot 833 \cdot 146{,}2}{112 \cdot 14 \cdot 200} = 0{,}854 \approx 0{,}85 \text{ RM.}$$

14) Kunden bestellen folgende Warenmengen: 240; 350; 425; 75; 60 Einheiten. Zur Verfügung sind nur 650 Einheiten. Wieviel erhält jeder Kunde bei proportionaler Lieferung?

Schlüssel zur Einstellung 650:1150 (obere Teilungen!).

D. **Unterricht und Wissenschaft.**

Anwendungen: Gleichungen 1. Grades; Umwandlungen; Mischungs- und Prozentaufg.; Interpolation; chemische Analyse usw.

15) Berechne x aus folgenden Verhältnisgleichungen:

a) $\frac{15}{13} = \frac{4{,}5}{x}$; b) $\frac{19{,}5}{15{,}6} = \frac{x}{2{,}8}$; c) $\frac{3{,}78}{4{,}85} = \frac{6{,}5}{x}$

$x = 3{,}9$ $\qquad x = 3{,}5$ $\qquad x = 8{,}34.$

16) Neusilber besteht aus 8 Teilen Kupfer, 4 Teilen Nickel und 3,5 Teilen Zink. Berechne die Zusammensetzung in Prozenten und die Metallmengen für 35,6 kg Neusilber.

Auf 15,5 Teile entfallen 8 Teile Kupfer. Prozentsatz x aus 8:15,5 = x:100.

17) Auflösung linearer Gleichungen besonders mit mehreren Unbekannten.

$$\begin{array}{lrll}
\text{I.} & 3{,}86\,x & -\,2{,}75\,y & = 6{,}38 \\
\text{II.} & 2{,}08\,x & +\,5{,}44\,y & = 7{,}15 \\
\hline
\text{Ia.} & 1{,}404\,x & -\,y & = 2{,}32 \\
\text{IIb.} & 0{,}382\,x & +\,y & = 1{,}31 \\
\hline
 & 1{,}786\,x & & = 3{,}63
\end{array}$$

$\underline{x = 2{,}03}$ wird sofort mit 1,404 multipliziert,
$1{,}404\,x = 2{,}86$. Nach Ia folgt
$\underline{y} = 2{,}86 - 2{,}32 = \underline{0{,}54}$

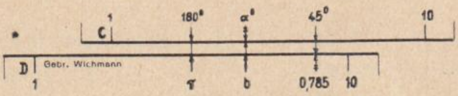
Probe mit Schieber I. $7{,}85 - 1{,}48 = 6{,}37$
II. $4{,}22 + 2{,}94 = 7{,}16$.

18) Praktische Geometrie. Eine Strecke von 128,5 m soll in 3 Abschnitte geteilt werden, die sich verhalten wie 5:7:11. Schlüssel zur Einstellung 128,5:23.

19) Verwandlung von Minuten in Dezimalteile des Grades.

$$y = \frac{1^0}{60}\,x; \quad (x = 1;\ 2;\ 3;\ \ldots\ 59).$$

20) Verwandlung von Winkelmaß in Bogenmaß (und umgekehrt). $\frac{b}{\alpha} = \frac{\pi}{180}$ (Abb. 16).



Winkelmaß.

Bogenmaß.

Abb. 16

V. Quadrate und Quadratwurzeln.

13. Quadrieren.

1. Allgemeines. Das Quadrat einer Zahl x können wir durch die Multiplikation x·x auf D finden. Einfacher jedoch ist die Benutzung der Beziehung zwischen den Teilungen A und D. Wir nehmen zunächst die Zunge heraus und stellen den Läuferstrich über 2 Zahlen a (A) und d (D). Über den Zahlen d = 1,2; 2; 3; 4 stehen auf A die zugehörigen Quadrate a = 1,44; 4; 9; 16.

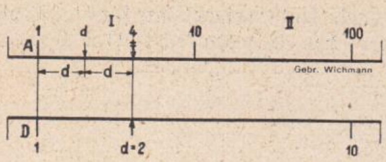


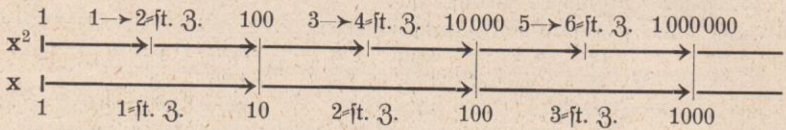
Abb. 17

Da die Teilungslänge für A halb so groß ist wie die für D (Abb. 17), so muß man auf A z. B. an die d = 2 entsprechende Strecke diese noch einmal anfügen, um a = 4 zu erhalten. Daher ist $\mathbf{a = d \cdot d = d^2}$ und umgekehrt $\mathbf{d = \sqrt{a}}$.

Senkrecht über den Zahlen der Teilung D liegen auf A die Quadrate dieser Zahlen und umgekehrt senkrecht unter den Zahlen auf Teilung A auf D ihre Quadratwurzeln.

2. Da jede Zahl x auf D nur einmal vorkommt, ist die Bestimmung des Quadrates x^2 eindeutig. Stellenzahl zunächst durch Überschlag.

Übungen: $1{,}5^2$; $1{,}92^2$; $3{,}42^2$; $31{,}5^2$; 614^2; $0{,}2^2$; $0{,}5^2$; $0{,}05^2$; $0{,}25^2$; $0{,}0075^2$.



Aus der vorstehenden Darstellung ersehen wir sofort:

Das Quadrat

einer 1-stell. Zahl (1,00 → 9,9 ..) ist eine 1- bis 2-st. Z. (1,00 → 99,9..)
„ 2-stell. „ (10,0 → 99,9 ..) „ „ 3- „ 4-st. Z. (100,0 → 9999,9 ..).

Stellt unsere Teilung D die Zahlen von 1,00 → 10,0 (10,0 → 100,0) dar[1], so umfaßt A die 2 Zehnerspannen (Dekaden):

A I von 1 → 10 (linke Hälfte) und A II von 10 → 100 (rechte Hälfte).

Wir erkennen: die Quadrate der Zahlen d in A I sind 1-stellig
„ „ „ „ d „ A II „ 2-stellig.

Allgemein gilt:

Die auf A I abzulesenden Quadrate sind ungeradstellig.
„ „ A II „ „ „ geradstellig.

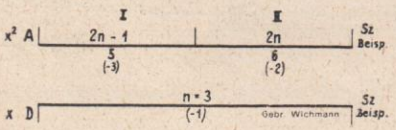


Abb. 18

Stellenzahlregel. Ist n die Stellenzahl von x, so ist die des Quadrates 2 n oder 2n—1, je nachdem in AII „ AI abgelesen wird.

Beispiele:

$23{,}6^2 = 557$	$236^2 = 55700$	$2{,}36^2$	$= 5{,}57$	(A I).
$4{,}55^2 = 20{,}7$	$45{,}5^2 = 2070$	455^2	$= 207000$	(A II).
$16{,}4^2 = 269$	$28{,}6^2 = 818$	248^2	$= 61500$	(A I).
$0{,}347^2 = 0{,}1204$	$0{,}676^2 = 0{,}457$	$0{,}0845^2$	$= 0{,}00714$	(A II).

[1]) Was folgt daraus für A I und A II?

Die Kommastellung kann auch allgemein durch Absondern geeigneter Zehnerpotenzen (Verlegung in die erste Zehnerspanne) bestimmt werden.
Beispiel: $0{,}0164^2 = (1{,}64 \cdot \frac{1}{100})^2 = 1{,}64^2 \cdot 100^{-2} = 2{,}69 . 100^{-2} = 0{,}000269.$

14. Quadratwurzelziehen.

1. Dabei ist erst festzustellen, ob in AI oder AII einzustellen ist. Z. B. ergibt $\sqrt{4} = 2$, dagegen $\sqrt{40} = 6{,}32$ (in AII steht vielfach nur die Ziffer 4!).

Aus dem Vorhergehenden folgt durch Umkehrung:
Alle ungeradstelligen Radikanden sind in AI,
alle geradstelligen „ „ in AII einzustellen.

Die Stellenzahl der Quadratwurzel einer Zahl ist gleich der Anzahl der Gruppen von je 2 Stellen, die vom Komma aus nach links gebildet werden können; bei Dezimalbrüchen (kleiner als 1) ist für jede vollständige Nullengruppe (00) nach dem Komma im Ergebnis je eine Null zu setzen.

$\sqrt{40}$ hat 1, $\sqrt{1'80}$ 2; $\sqrt{6'82'54',07}$ 3 Stellen vor dem Komma.

$\sqrt{0',04} = 0{,}2$; $\sqrt{0',00'40} = 0{,}\mathbf{0}632$; $\sqrt{0',00'00'25} = 0{,}\mathbf{00}5$;

Übungen: $\sqrt{15{,}5}$; $\sqrt{1{,}55}$; $\sqrt{0{,}0219}$; $\sqrt{0{,}038}$; $\sqrt{0{,}0038}$; $\sqrt{57500}$.

2. Anwendungen. 1) Gesucht ist die Hypotenuse c eines rechtwinkl. Dreiecks mit den Katheten $a = 24{,}7$ und $b = 35{,}5$ m.

Es ist $c = \sqrt{610 + 1260} = \sqrt{1870} = 43{,}2$ (m).

2) Gesucht ist die Kathete eines rechtwinkl. Dreiecks mit der Hypotenuse $c = 84{,}2$ m und der Kathete $b = 61{,}4$ m.

$$a = \sqrt{(c + b)(c - b)} = \sqrt{145{,}6 \cdot 22{,}8} = 57{,}6 \text{ (m)}.$$

15. Das Rechnen mit Quadraten und Quadratwurzeln.

(Verhältnisgleichungen mit Quadraten und Quadratwurzeln)

1. Beim Rechnen mit Quadraten beginnt man auf den unteren Teilungen und rechnet oben weiter. Für die Quadratwurzeln ist es vielfach umgekehrt.

a) Aufgabe: Bestimme ax^2 (Beispiel: $3 \cdot 1{,}5^2 = 6{,}75$).

Wir stellen (Abb. 19) B 1 auf $x = 1{,}5$ von D und haben darüber auf A die Zahl $x^2 = 1{,}5^2$, die man ohne Ablesung mit a multipliziert.

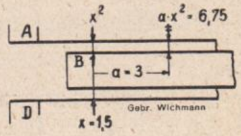


Abb. 19

Beispiel 1. Die Fläche eines Kreises mit dem Halbmesser $\mathbf{r} = 12{,}8$ cm ist $F = \pi \cdot r^2 = 512$ cm².

b) Bestimme $x^2 : a$ (Beispiel: $6^2 : 4 = 9$).
Läuferstrich über D x = 6, dann B a = 4 unter den Läuferstrich schieben.

Ergebnis über B 1 auf A ableſen.

c) $a:x^2$ (Beiſpiel: $32:4^2 = 2$).

Läuferſtrich über A $a = 32$, darunter C $x = 4$. Ergebnis über B 100 auf A ableſen.

Beiſpiel 2: Widerſtandsmoment eines rechteckigen Balkens von $b = 20$ cm Breite und $h = 27$ cm Höhe.

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{20 \cdot 27^2}{6} = 2430 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

d) Beſtimmung der Ausdrücke $a \cdot \sqrt{x}$; $a:\sqrt{x}$; $\sqrt{a}:x$; $x:\sqrt{a}$; $\sqrt{x}:\sqrt{a}$ uſf.

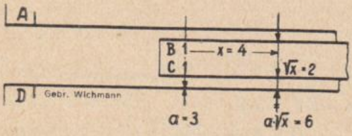


Abb. 20

$a\sqrt{x} = 3\sqrt{4}$ (Abb. 20). C 1 über D $a = 3$, Läuferſtrich auf B $x = 4$ (darunter auf C $\sqrt{x}$). Ableſen des Ergebniſſes auf D.

2. Anwendungen. 1) Die halbe Schwingungsdauer eines math. Pendels beträgt für kleine Ausſchläge annähernd $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ (l = Pendellänge, $g = 9{,}81$ m = Beſchleunigung der Schwere). Berechne t für Pendel von der Länge 0,25; 0,625; 1,25 m.

Wir haben $\sqrt{g} : \pi = \sqrt{l} : t$. Daher

A	981	25	62,5	125	cm
C	π	0,50	0,79	1,12	Sek.

2) Berechne die Ausflußgeſchwindigkeit v des Waſſers, wenn die Ausflußſtelle $h = 72$; 84,5; 96; 24,5 cm unter dem Waſſerſpiegel liegt ($g = 981$ cm).

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{g \cdot h}{0{,}5}}.$$

16. Vereinfachung der Inhaltsberechnungen von Kreis, Zylinder uſw.

1. Kreisfläche. $$F = \frac{1}{4}\pi d^2 = \frac{d^2}{4:\pi} = \left(\frac{d}{\sqrt{4:\pi}}\right)^2.$$

Setzen wir $\sqrt{4:\pi} = 1{,}128 = c$, ſo folgt

$$F = \left(\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{c}}\right)^2 \quad \text{und} \quad \mathbf{d} = \mathbf{c} \cdot \sqrt{F}.$$

Zur Vereinfachung der Rechnung iſt auf Teilung C die **Marke c = 1,128** eingeritzt ($c_1 = \sqrt{40:\pi} = 3{,}57$ iſt auch häufiger auf C markiert.)

Beiſpiel 1: Berechne den Flächeninhalt des Kreiſes mit dem Durchmeſſer $d = 21{,}6$ cm.

Marke c auf D $d = 21{,}6$, Ableſen von $\left(\frac{d}{\mathbf{c}}\right)^2 = 366$ cm² über C 1 auf A.

Beiſpiel 2: Berechne den Durchmeſſer des Kreiſes mit $F = 6{,}34$ cm².

Einſtellen von F auf A; dann $\sqrt{F}$ auf D mit c multiplizieren. $d = c \cdot \sqrt{F} = 2{,}84$ cm.

Bemerkung: Statt der Marke c wird vielfach auch der sogenannte **Dreistrichläufer** benutzt, auf dem rechts vom Hauptstrich in der Entfernung c ein Strich eingeritzt ist. Stellt man den rechten Strich über D d, so gibt der Hauptstrich auf A sofort F und umgekehrt an. Der Strich links des Hauptstrichs dient dazu, aus den PS (Pferdestärken) die KW-Zahl (Kilowatt) und umgekehrt zu finden.

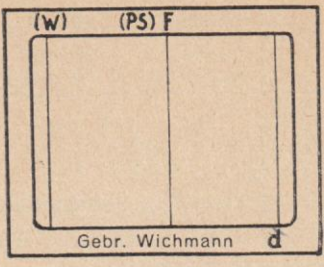


Abb. 21

2. Kreiszylinder. $V = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot h.$

3. Kreiskegel. $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{4} d^2 h = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot \frac{h}{3}.$

4. Kugel. $V = \frac{\pi}{6} d^3 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{4\,d}{6} = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} d.$

Anwendungen. 1) Gewicht G einer schmiedeeisernen Welle von 3 m Länge und 12 cm Durchmesser (spez. G. $\gamma = 7{,}8$).

$$G = \left(\frac{1{,}2}{c}\right)^2 \cdot 30 \cdot 7{,}8 = 265 \text{ (kg)}.$$

2) Literinhalt eines 6 Zyl.-Motors. Bohrung 75, Hub 110 mm.

$$\left(\frac{7{,}5^2}{c}\right) \cdot 6 \cdot 11 \text{ ccm} = 2920 \text{ ccm} \approx 2{,}9 \text{ l}.$$

3) Gewicht einer Stahlkugel. $d = 5{,}4$ cm; $\gamma = 7{,}8$.

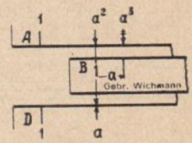
$$G = \left(\frac{5{,}4}{c}\right)^2 \cdot 3{,}6 \cdot 7{,}8 = 64{,}3 \text{ (g)}.$$

VI. Dritte Potenzen und dritte Wurzeln.

17. Kubikzahl.

1a) Mit dem einfachen Rechenschieber erhält man die dritte Potenz oder Kubikzahl durch die Zerlegung $a^3 = a^2 \cdot a$. Das Verfahren ist aus der schematischen Abb. 22 ersichtlich.

Abb. 22



b) Bequemer, wenn auch ungenauer, ist die Benutzung einer kubischen Hilfsteilung K, die sich beim sogenannten **Rietzschieber** oben über der Teilung A befindet (Abb. 23). Die Teilung K hat $\frac{1}{3}$ der Teilungslänge von D[1]), umfaßt daher die 3 Zehnerspannen KI von 1 bis 10, KII von 10 bis 100 und KIII von 100 bis 1000.

Die Einstellung des Läuferstrichs von $d = 2$ auf D ergibt auf K

(I) $\quad k = d^3. \quad$ (Beisp. $8 = 2^3$).

---

[1]) $\frac{1}{3}$ m log k = m log d, mithin $k = d^3$, wenn m die Teilungslänge (Maßstab) bezeichnet.

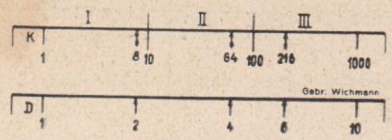


Abb. 23

Übung: Bestimme 3^3; 4^3; 5^3; 8^3; ferner $1{,}5^3$; $2{,}4^3$; $3{,}6^3$; $4{,}5^3$; $9{,}4^3$. In welchen Abschnitten von K werden die Ergebnisse abgelesen?

2. Entsprechend den Betrachtungen bei den Quadratzahlen **13.** folgt (Abb. 23a):

Ist n die Stellenzahl der Grundzahl x, so ist die der dritten Potenz x^3 gleich $3n$, $3n-1$, $3n-2$, je nachdem x^3 in K III, K II, K I abgelesen wird.

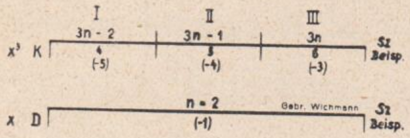


Abb. 23a

Beispiele:

$5^3 = 125$ (K III);
$4^3 = 64$ (K II);
$2^3 = 8$ (K I).

Wenn wir also das Ergebnis vom Komma aus in Gruppen von je drei Ziffern teilen, so hat die Spitzengruppe 1, 2 oder 3 Stellen, je nachdem wir in K I, K II oder K III ablesen.

Beispiele: $1{,}32^3 = 2',3$; $3{,}42^3 = 40$; $7{,}66^3 = 450$
$13{,}2^3 = 2'300'$; $34{,}2^3 = 40'000'$; $76{,}6^3 = 450'000'$
$0{,}132^3 = 0',002'3$; $0{,}342^3 = 0',040'$; $0{,}766^3 = 0',450'$.

Im Zweifelsfalle hilft man sich durch Überschlag, oder man verlegt die Grundzahl durch Absondern geeigneter Potenzen von 10 in die Einerspanne.
Beispiele: 1) $3{,}94^3 \approx 4^3$; Erg. 61,2; 2) $74{,}5^3 = 7{,}45^3 \cdot 10^3 = 413\,000$.

Anwendung: Im Unterricht und in der Praxis sind häufig für die graphische Darstellung oder für die Ermittlung der Nullstellen Werte der kubischen Funktion $y = x^3 + a x^2 + b x + c$ zu berechnen. Für ein bestimmtes x können wir die Werte der Glieder von y mit einer Einstellung finden (Abb. 24). Das sog. Hornerschema (s. **24.**) ist indes dafür einfacher.

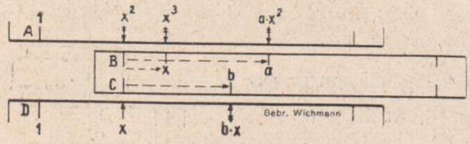


Abb. 24

18. Kubikwurzel.

1. Ohne Hilfsteilung bestimmt man die Kubikwurzel durch Probieren umgekehrt wie in **17.** 1a). Beispiel $\sqrt[3]{54}$; Ergebnis liegt zwischen 3 und 4.

2. Nach (I) **17.** folgt durch Umkehrung

$$\text{(II)} \qquad \mathbf{d = \sqrt[3]{k}.}$$

Unter jeder Zahl k auf K steht auf D $\sqrt[3]{k}$. Die Hilfsteilung K umfaßt die 3 Zehnerspannen I, II und III. Hinsichtlich der **Stellenzahl der dritten Wurzel** und der **Einstellung des Radikanden** ist entsprechend wie bei der Quadratwurzel so zu verfahren:

Wir teilen den Radikanden links oder bei Dezimalbrüchen (kleiner als 1) rechts vom Komma in Gruppen von je 3 Ziffern. Die Stellenzahl hat soviel positive oder negative Einheiten, wie Zifferngruppen vor oder vollständige Nullengruppen (bei Dezimalbrüchen kleiner als 1) nach dem Komma vorhanden sind.

Für **die Einstellung** ist die Spitzengruppe entscheidend. Hat sie nur 1, 2 oder 3 Stellen, so ist der Radikand entsprechend auf K I, II oder III einzustellen.

Beispiele:	I. $\sqrt[3]{8} = 2$;	II. $\sqrt[3]{80} = 4{,}31$;	III. $\sqrt[3]{800} = 9{,}28$
	$\sqrt[3]{0',008'} = 0{,}2$;	$\sqrt[3]{0',080'} = 0{,}431$;	$\sqrt[3]{0',800'} = 0{,}928$
	$\sqrt[3]{0',000'008'} = 0{,}02$;	$\sqrt[3]{0',000'08} = 0{,}0431$;	$\sqrt[3]{0',000'8} = 0{,}0928$.
Bei	$\sqrt[3]{5'780'000'} = 179{,}5$;	$\sqrt[3]{57',8} = 3{,}87$;	$\sqrt[3]{0',000'578'} = 0{,}0833$
ist die Stellenzahl	3	1	-1.

Bemerkung: Zur Kommabestimmung und Einstellung ist auch das in $\boxed{17.}$ 2. angegebene Verfahren des Überschlags oder der Absonderung geeigneter Zehnerpotenzen anwendbar: $\sqrt[3]{256'000'} = \sqrt[3]{256 \cdot 10^3} = 10\,\sqrt[3]{256} = 10 \cdot 6{,}35 = 63{,}5$.

3. Das Rechnen mit Kubikzahlen und -Wurzeln, die Berechnung von Ausdrücken wie $\frac{a^3}{b}$, $\frac{a}{b^3}$; $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$; $\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}}$ usw. erfolgt entsprechend wie in $\boxed{15.}$.

VII. Potenzen und Wurzeln mit beliebigen Exponenten.

$\boxed{19.}$ Die gleichmäßige Teilung (L) und die doppellogarithmische Teilung.

1. Vierte oder sechste Potenzen und Wurzeln finden wir durch Wiederholen des Potenzierens oder Radizierens.

$$a^4 = a^2 \cdot a^2;\ a^6 = (a^2)^3;\ \sqrt[4]{a} = \sqrt{\sqrt{a}}\,;\ \sqrt[6]{a} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{a}}.$$

2. Gleichmäßige Teilung L. a) Diese findet sich beim üblichen Rietzschieber am unteren Rande unter D[1]). Sie ist 250 mm lang von 0 bis 10 beziffert und enthält 500 Teilstriche, so daß man von 0 bis 1000 ablesen kann. L ist nichts anderes als der Maßstab, in dem die Logarithmen der Zahlen 1, 2, 3, 4 ... auf D aufgetragen sind. Die Teilungen D und L stellen also eine graphische Logarithmentafel mit 3 Stellen dar.

[1]) Gelegentlich ist L auch auf der Mitte der Rückseite der Zunge untergebracht. Ablesung mit Hilfe einer Kerbe der unteren rechtsseitigen Aussparung des Stabes.

Für log 4 finden wir unter D 4 die Mantisse 602, also den Logarithmus 0,602, umgekehrt z. B. x = 0,0828 aus log x = 0,918 − 1. Die Teilung „L" wird daher in der Praxis mißverständlich „logarithmische Teilung" genannt.
b) Die Teilung L gibt die Möglichkeit, die Werte von Potenzen und Wurzeln mit beliebigen Exponenten zu berechnen und ist daher für den Techniker von Vorteil.

Es ist $\log a^n = n \log a$; $\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$.

Beispiele:

1. $x = 2{,}64^5$; $\log x = 5 \cdot \log 2{,}64 = 5 \cdot 0{,}422 = 2{,}110$; $\underline{\underline{x = 128}}$;
2. $y = \sqrt[5]{27{,}6}$; $\log y = \frac{1}{5} \log 27{,}6 = \frac{1}{5} \cdot 1{,}441 = 0{,}288$; $\underline{\underline{y = 1{,}94}}$;
3. $z = 1{,}67^{0{,}35}$; $\log z = 0{,}35 \log 1{,}67 = 0{,}35 \cdot 0{,}223 = 0{,}0781$; $\underline{\underline{z = 1{,}2}}$.

3. **Die Log-log-Teilung** findet sich auf den üblichen Sonderschiebern für Elektro- und Maschineningenieure. Sie hat den Zweck, Potenzen mit beliebigen Exponenten durch Aneinanderfügen zweier Strecken zu ermitteln.

Bei der Aufgabe $a^n = x$ ergibt die zweimalige Logarithmierung

$$\log n + \log \log a = \log \log x.$$

VIII. Umgekehrte Teilung.

20. Die Zunge in gegenläufiger Lage und die Reziprokteilung.

1. Wir ziehen die Zunge aus dem Stabe heraus und führen sie mit dem rechten Ende (verkehrt) wieder ein, so daß die Ziffern von C und B auf dem Kopfe stehen (Abb. 25). Die so erhaltenen „gegenläufigen Teilungen" bezeichnen wir entsprechend mit C′ und B′.

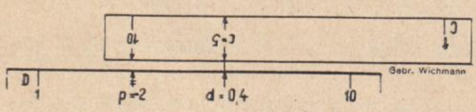


Abb. 25

Stellen wir über d = 0,4 auf D die Zahl c = 5 von C′, so steht unter dem Endstrich von C′, vom Komma abgesehen, ihr Produkt

$$c \cdot d = p.$$

Denn nach der Abb. 25 ist $\log d - \log p = \log 10 - \log c$, oder $c \cdot d = p$ (Beisp. $0{,}4 \cdot 5 = 2$).

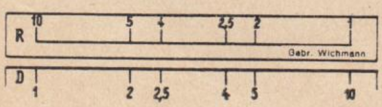


Abb. 26

Für die Stellung C′ 10 über D 1 stehen sich die beiden Teilungen umgekehrt gegenüber. Dann ist c d = 1. (Abb. 26). Der Läuferstrich bezeichnet also Zahlenpaare, die, vom Komma abgesehen, reziprok sind.

C′ bildet so eine sogenannte **Reziprokteilung** R, die bei den neueren Rietzschiebern in der Zungenmitte mit roter Bezifferung aufgetragen ist.

Übung: Ermittle die reziproken Werte zu 3; 8; 0,25; 125; 2,78; 0,375; 56,8.

2. **Multiplikation mit Hilfe von** R. Die Einstellung in Abb. 25 ist die der gewöhnlichen Division, also

$d : \frac{1}{c} = c\,d = p$ Beispiel: $0{,}4 : \frac{1}{5} = 2$.

Die Teilung R können wir daher sehr einfach zur Multiplikation verwenden. Die Faktoren a und b werden auf D und R gegenübergestellt und das Ergebnis unter einem Endstrich auf D abgelesen (keine Umstellung der Zunge!).

Übung. Berechne die Zinszahlen $\frac{1}{100}\,k \cdot t$ von

257,50 RM für 12, 134,80 RM für 28, 436 RM für 53, 853,90 RM für 178 Tage.

21. Anwendungen.

A. **Wirtschaft.** 1) In Berlin waren an einem Tage notiert „Telegraphische Auszahlung" in RM a) Schweiz 100 Fr 81,03 Brief; b) Kopenhagen 100 Kr 57,70 Brief. Welchem Kurse x für RM in Zürich und Kopenhagen entspricht diese Notierung? (Prüfung!)

$$\begin{array}{ll|ll} x\ \text{Fr} & = 100\ \text{RM} & x\ \text{Kr} & = 100\ \text{RM} \\ 81{,}03\ \text{RM} & = 100\ \text{Fr} & 57{,}7\ \text{RM} & = 100\ \text{Kr} \\ \hline x & = \frac{10\,000}{81{,}0} \approx 123{,}4\ \text{Fr.} & x & = \frac{10\,000}{57{,}7} \approx 173{,}3\ \text{Kr.} \end{array}$$

2) Rauminhalt eines Balkens von 4,68 m Länge, 0,32 m Breite und 0,38 m Höhe.

$$V = 0{,}569\ \text{fm.} \qquad \left(\text{Überschlag} \approx \frac{1}{9} \cdot 4{,}5\right).$$

Hier ist die Gelegenheit, um mit Hilfe von R mit einer Einstellung ein Produkt $a \cdot b \cdot c$ aus 3 Faktoren zu berechnen. Zum Rechenvorgang s. Abb. 27.

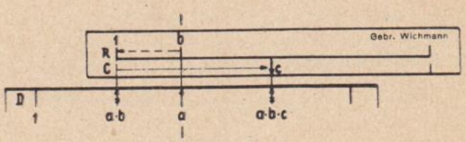


Abb. 27

3) Rauminhalt einer Kiste von 1,87 m Länge, 0,84 m Breite und 0,47 m Höhe.

B. **Unterricht und Wissenschaft.** Die Berechnung von Ausdrücken von der Form

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{a} \pm \frac{1}{b} \quad \text{oder} \quad x = \frac{ap + bq}{a + b} = \frac{p + \frac{b}{a}q}{1 + \frac{b}{a}}$$

usw. spielen in der Mathematik und Physik (Mischungs-, Terminrechnung, Widerstands- und Linsengesetze usw.) eine große Rolle.

4) Brennweite f einer Linse, für die bei der Gegenstandsweite a = 34,6 cm die Bildweite b = 42,5 cm beträgt.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{34{,}6} + \frac{1}{42{,}5} = 0{,}0289 + 0{,}0235 = 0{,}0524.$$

$$\text{Mithin } f = \frac{1}{0{,}0524} = \frac{100}{5{,}24} = 19{,}1\ (\text{cm}).$$

5) Division d. veränderl. Divisor. Division von 28,6 durch die Zahlen 6,1; 6,2; 6,3; . . . 6,9 (Werte der Funktion $y = a : x$). Lösung mit Hilfe von R durch eine Einstellung (Abb. 28).

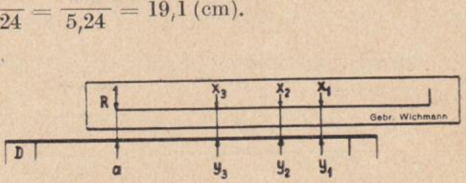


Abb. 28

Das Verfahren ist vorzüglich geeignet, um die Glieder einer Gleichung durch eine Vorzahl zu teilen.

$$x + \frac{b}{a}y + \frac{c}{a}z + \frac{d}{a} = 0.$$

22. Auflösung quadratischer und kubischer Gleichungen.

1. Zur Einführung gehen wir aus von der einfachen Gleichung

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

Für die Wurzeln x_1 und x_2 besteht die Beziehung $x_1 \cdot x_2 = 6$. Da die Vorzahl von x negativ ist, sind die beiden Wurzeln positiv. Stellen wir R 1 (oder C′ 1) über 6 D, so stehen sich auf R und D stets Zahlen gegenüber, deren Produkt 6 ist. Von diesen sind die beiden zu suchen, deren Summe $x_1 + x_2 = 5$ ist. Wir finden $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.

Übungen: a) $x^2 + 2{,}28\,x - 19{,}85 = 0$; b) $x^2 - 6{,}94\,x + 11{,}25 = 0$.

Der ungefähre Wert der Wurzeln muß vor Beginn abgeschätzt werden. In a) ist eine Wurzel, etwa x_2, negativ, ihr absoluter Wert ist größer als x_1. Da ihr Unterschied etwa $2\frac{1}{4}$ ist, so zeigt nach Einstellung R 1 über D 19,85 ein Blick auf die Teilungen D und R, daß $x_1 \approx 3{,}5$, $x_2 \approx -5{,}8$ ist.

x_1	3,5	3,45	3,46	D
x_2	−5,67	−5,76	−5,74	R
	−2,17	−2,31	−2,28	

Geht man von 3,5 auf D nach rechts, so wird der Unterschied größer.

$\underline{x_1 = 3{,}46}$; $\underline{x_2 = -5{,}74}$.

2. Kubische Gleichungen in der reduzierten Form.

Wir benutzen wieder zur Einführung eine Gleichung mit einfachen Vorzahlen

$$x^3 - 12\,x + 7 = 0.$$

Dafür schreiben wir

$$x^2 + \frac{7}{x} = 12.$$

Zunächst bestimmen wir unter Benutzung beider Formen durch Überschlag die ungefähre Lage der Wurzeln; es liegt je eine Wurzel zwischen 0 und 1 und zwischen 3 und 4. Die dritte ergibt sich nach Ermittlung dieser aus der Beziehung $x_3 = -(x_1 + x_2)$.

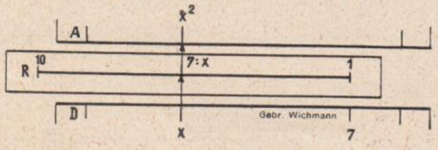


Abb. 29

Wir stellen R (C′) mit Anfangsstrich über D 7 (Abb. 29), dann ist das Produkt zweier Zahlen, die auf R und D gegenüberstehen, 7. Für einen Wert x auf D haben wir auf A x^2 und auf R $\frac{7}{x}$. Es ist x dann so zu bestimmen, daß $x^2 + \frac{7}{x} = 12$ ergibt.

Tlg D	3,1	3,2	3,12	3,13
A	9,6	10,2	9,72	9,80
C	2,26	2,18	2,24	2,24
	11,86	12,38	11,96	12,04

$\underline{x_1 = 3{,}13}$

$\underline{x_2 = 0{,}602}$; ebenso finden wir

$\underline{x_3} = -(x_1 + x_2) = \underline{-3{,}73}$.

Übungen: a) $x^3 - 4{,}77\,x + 3{,}86 = 0$; b) $x^3 - 9{,}81\,x - 11{,}34 = 0$.

3. Näherungsweise Auflösung von Gleichungen mit dem sog. Hornerschema.

Für die bequeme Auflösung von Gleichungen höheren Grades sind Rechenschieber und „Hornerschema" vorzügliche Hilfsmittel. Dieses ermöglicht die einfache und übersichtliche Berechnung von Funktionswerten, wie wir sie bei dem Newtonschen Näherungsverfahren brauchen, wo für eine Näherungslösung α die Verbesserung $\delta = -\dfrac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}$ ist.

Aus der Funktion $y = a\,x^3 + bx^2 + cx + d$ folgt

$$= [x\,(ax + b) + c]\;x + d.$$

Zur Berechnung von y für ein beliebiges x ergibt sich die folgende Übersicht, das sog. Hornerschema:

$$
\begin{array}{l|llll}
 & a & b & c & d \\
 & & \rightarrow a x_1 & \rightarrow a x_1^2 + b x_1 & \rightarrow a x_1^3 + b x_1^2 + c x_1 \\
\hline
x_1 \rightarrow & a & a x_1 + b & a x_1^2 + b x_1 + c & a x_1^3 + b x_1^2 + c x_1 + d = f(x_1). \\
 & & & & \\
 & & \rightarrow a x_1 & \rightarrow 2a x_1^2 + b x_1 & \\
\hline
x_1 \rightarrow & a & 2a x_1 + b & 3a x_1^2 + 2b x_1 + c = f'(x_1). &
\end{array}
$$

Weil dabei immer dieselbe Multiplikation vorkommt, ist der Rechenschieber bei kleinen Zahlen von Vorteil.

Beispiel: Von der Gleichung $y = x^3 - 6x^2 + 2x + 14 = 0$ ist die zwischen $+2$ und $+3$ liegende Wurzel zu bestimmen. Wir benutzen als 1. Näherungswert $\alpha = 2{,}2$ und „gehen" damit ins Hornerschema.

$$
\begin{array}{l|llll}
 & 1 & -6 & 2 & 14 \\
 & & \rightarrow +2{,}2 & \rightarrow -8{,}36 & \rightarrow -13{,}99 \\
\hline
2{,}2 \rightarrow & 1 & -3{,}8 & -6{,}36 & +\;0{,}01 = f(2{,}2). \\
 & & & & \\
 & & \rightarrow +2{,}2 & \rightarrow -3{,}52 & \\
\hline
2{,}2 \rightarrow & 1 & -1{,}6 & -9{,}88 = f'(2{,}2). &
\end{array}
$$

Wir erhalten daher $\delta = -\dfrac{f(2{,}2)}{f'(2{,}2)} = \dfrac{0{,}01}{9{,}88} = 0{,}001$; dann ist $\alpha_1 = \alpha + \delta = 2{,}201$ der verbesserte Wurzelwert. Auch bei unbequemen Vorzahlen geht die Rechnung in ebenso einfacher Weise von statten.

IX. Die trigonometrischen Teilungen S und T.

$\boxed{23.}$ **Die Teilungen** der trigonometrischen Funktionen sin α (S) und tg α (T) befinden sich auf der Rückseite der Zunge, und zwar

oben S von $5^0\,44'$ ($5{,}74^0$) $\rightarrow 90^0$; | $\sin 5{,}74^0 = 0{,}1$; $\sin 90^0 = 1$;

unten T von $5^0\,43'$ ($5{,}71^0$) $\rightarrow 45^0$. | $\operatorname{tg} 5{,}71^0 = 0{,}1$; $\operatorname{tg} 45^0 = 1$.

In der Mitte sind S und T gemeinsam aufgetragen von $34'$ ($0{,}57^0$) $\rightarrow 5^0 44'$ ($5{,}74^0$); $\sin 0{,}57^0 = 0{,}01$; $\sin 5{,}74^0 = 0{,}1$.

Die Teilungen geben die Längen der Logarithmen der Funktionswerte. Die Unterteilung ist in Minuten statt in der dezimalen Teilung des Grades gegeben.

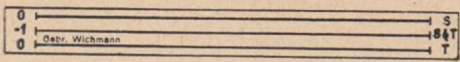


Abb. 30

Die **Stellenzahl** ergibt sich aus dem Vorhergehenden und ist in schematischer Darstellung auf der Zungenrückseite angegeben (Abb. 30). Jeder Benutzer sollte sich die Stellenzahl einritzen. Für $\alpha < 5{,}71^0$ wird tg α durch sin α ersetzt; der größte Fehler beträgt $0{,}0005 = \frac{1}{2000}$.

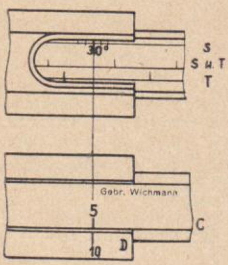


Abb. 31

Einstellen und Ablesen. Die 3 Teilungen umfassen je eine Zehnerspanne und haben die gleiche Teilungslänge wie C und D. Mit diesen werden sie in folgender Weise in Verbindung gesetzt:

a) Auf der Rückseite des rechten Stabendes ist ein Ausschnitt mit je einer Kerbe für **S** und **S & T**[1]). Wird die Zunge soweit nach rechts gezogen, daß der eine Kerbstrich z. B. auf 30^0 steht, so lesen wir oben über D 10 auf C den Wert von sin $30^0 = 0{,}500$ ab (Abb. 31).

Steht der andere Kerbstrich z. B. auf S & T $4^0\,20'$, so lesen wir auf C sin $4^0\,20' = 0{,}0756$ ab.

Bemerkt sei noch, daß man bei den vorstehenden Einstellungen gleichzeitig unter dem Anfangsstrich von C auf D $1 : \sin\alpha$ abliest, z. B. bei der Einstellung sin 30^0 steht unter C 1 auf D $1 : \sin 30^0 = 2{,}00$.

Der **Kosinus** eines Winkels ergibt sich aus der Beziehung

$$\boxed{\cos\alpha = \sin(90 - \alpha)}$$

Beispiel: $\cos 68^0\,15' = \sin 31^0\,45' = 0{,}526$.

b) Für die **Teilung** T gilt die Kerbe am linksseitigen unteren Ausschnitt. Ablesen des Wertes von tg α über D 1 auf C.

Beispiel: $\mathrm{tg}\ 25^0 = 0{,}466$.

Unter C 1 auf D lesen wir gleichzeitig $1 : \mathrm{tg}\ 25^0 = \mathrm{ctg}\ 25^0 = 2{,}14$ ab.

Tangenswerte für $\alpha > 45^0$ finden wir aus der Beziehung

$$\boxed{\mathrm{tg}\ \alpha = \mathrm{ctg}\ (90-\alpha) = 1 : \mathrm{tg}\ (90-\alpha)}$$

Beispiel: $\mathrm{tg}\ 72^0 = \mathrm{ctg}\ 18^0 = 1 : \mathrm{tg}\ 18^0 = 3{,}08$ (unter C 10 auf D).

Ferner ist $$\boxed{\mathrm{ctg}\ \alpha = \mathrm{tg}\ (90-\alpha) = 1 : \mathrm{tg}\ \alpha}$$

Beispiele: $\mathrm{ctg}\ 63^0\,40' = \mathrm{tg}\ 26^0\,20'$; $\mathrm{ctg}\ 12^0\,48' = 1 : \mathrm{tg}\ 12^0 48'$.

[1]) Bei verschiedenen Rechenschiebern befindet sich im Ausschnitt rechts ein Zellhornstreifen mit Ablesestrich für alle trigonometr. Teilungen, so daß auch tg α vorn über D 10 abgelesen wird. Die Abb. 31 stellt diese Form dar.

Sind umgekehrt die Funktionswerte gegeben, so finden wir nach ihrer Einstellung durch einfaches Umdrehen des Rechenschiebers um seine Achse die zugehörigen Winkelwerte an den Kerbstrichen, z. B. für
$\sin \alpha = 0{,}471$; $\alpha = 28^0\,6' = 28{,}1^0$; $\quad \mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}740$; $\quad \alpha = 36^0\,30' = 36{,}5^0$.

24. Das Rechnen mit den trigonometrischen Teilungen. Dreiecksrechnung.

1. Wir drehen die Zunge um und führen sie so in den Stab, daß unsere Teilungen mit C und D gleichlaufend sind. Bei der Grundstellung haben wir die einfachste graphische Tafel der Sinus- und Tangenswerte; die Stellenzahl ist beizufügen. Multiplikationen und Divisionen werden genau so ausgeführt wie mit unsern Hauptteilungen A bis D. Die Rechnungen bei Aufgaben wie $a \cdot \sin \alpha$; $a : \sin \alpha$; $a \cdot \sin^2 \alpha$; $a \cdot \mathrm{tg}\,\alpha$ usw. werden unmittelbar mit der Winkelteilung ausgeführt.

Beispiel: Bogenhöhe $h = 2\,r\,\sin^2 \frac{\alpha}{4}$ für $r = 3{,}85$ m und $\alpha = 112^0$.

$$h = 2 \cdot 3{,}85 \cdot \sin^2 28^0 = 1{,}70 \text{ (m)}. \qquad (Sz = 1).$$

Bei Aufgaben wie $\sin 30^0 \cdot \sin 20^0 = 0{,}171$ hält man den Wert von $\sin 30^0$ mit dem Läuferstrich auf D fest und multipliziert dann mit $\sin 20^0$.

2. **Rechtwinkliges Dreieck.** Beispiel 1. Gegeben $c = 28{,}4$ m, $\alpha = 36^0\,50'$.

$a = c \sin \alpha = 28{,}4 \sin 36^0\,50' = 17{,}0$ (m) $\qquad$ [Sz = 2]

$b = c \cos \alpha = 28{,}4 \sin 53^0\,10' = 22{,}7$ (m) $\qquad$ [Sz = 2]

Beispiel 2. Gegeben $a = 16{,}1$ m; $b = 20{,}2$ m.

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b} = \frac{16{,}1}{20{,}2}; \quad \alpha = 38^0\,30'.$$

$c = a : \sin \alpha = 16{,}1 : \sin 38^0\,30' = 25{,}8$ (m) $\qquad$ [Sz = 2].

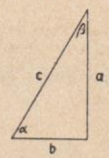


Abb. 32

3. **Schiefwinkliges Dreieck.** Beispiel 1. Gegeben $a = 34{,}5$ m; $\alpha = 43^0\,15'$; $\beta = 36^0\,20'$.

Nach dem Sinussatz (Abb. 33) ist

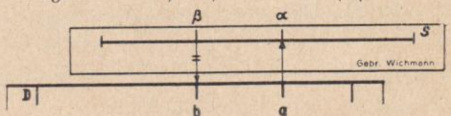


Abb. 33

$$b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{34{,}5 \sin 36^0\,12'}{\sin 43^0\,15'} = 29{,}7 \text{ (m)}. \qquad [Sz = 2].$$

Die 1. Grundaufgabe (Gegeben 1 Seite und 2 Winkel) und die
2. „ (Gegeben 2 Seiten und 1 gegenüberlieg. Winkel)
werden nach dem Sinussatz gelöst. Die anderen Grundaufgaben werden am einfachsten ebenfalls nach dem Sinussatz durch sinnvolles Probieren gelöst.

Beispiel: 2. Gegeben $a = 680$ m; $b = 500$ m; $\gamma = 64^0\,20'$.

Es muß $\dfrac{680}{\sin \alpha} = \dfrac{500}{\sin \beta} = \dfrac{c}{\sin 64^0\,20'}$ sein, wobei α und β so zu bestimmen sind, daß $\alpha + \beta = 115^0\,40'$ ist.

Beispiel: 3. Gegeben $a = 326$, $b = 385$, $c = 405$ m.
Nach dem Sinussatz muß sein

$$\frac{326}{\sin\alpha} = \frac{385}{\sin\beta} = \frac{405}{\sin\gamma}, \quad \text{wo } \alpha + \beta + \gamma = 180^0.$$

Wir bemerken zunächst, daß $\alpha < \beta < \gamma$ ist und beginnen mit $\alpha = 45^0$.

α	45^0	50^0	48^0	49^0	$48^0\,40'$
β	57^0	65^0	$61^0\,30'$	63^0	$62^0\,30'$
γ	62^0	72^0	$67^0\,30'$	$69^0\,30'$	69^0
Summe	164^0	187^0	177^0	$181^0\,30'$	$180^0\,10'$

25. Die Marken ρ und die Bestimmung von Bogen und Funktionswerten kleiner Winkel.

Abb. 34

1. Setzen wir $360^0 : 2\pi = 180^0 : \pi = \rho$, so ist der zum Zentriwinkel α gehörige Bogen

$$b = \frac{\alpha\, r}{360 : 2\pi} = \frac{\alpha\, r}{\rho}.$$

Wir haben demnach bei Angabe des Vollwinkels in

Grad $\frac{360^0}{2\pi} = \rho^0 = 57{,}3^0$

Min. $\frac{360 \cdot 60'}{2\pi} = \rho' = 3438,$

Sek. $\frac{360 \cdot 60 \cdot 60''}{2\pi} = \rho'' = 206300''$

Sechzigstelteilung (Alte Kreisteilung 360^0).

$\frac{400 \cdot 100 \cdot 100_{,,}}{2\pi} = \rho_{,,} = 636600_{,,}.$

Hundertstelteilung (Neue Kreisteilung 400^0).

2. **Bogen.** Gegeben: $\alpha = 17^0\,30' = 1050'$; $r = 20$ m.

$$b = \frac{1050' \cdot 20}{\rho'} = 6{,}11 \text{ (m)}. \qquad \left[\frac{1}{3}\,20 \approx 6\right]$$

3. **Winkel.** Gegeben: $b = 0{,}0465$ m; $r = 1$.

$$\alpha' = b \cdot \rho' = 0{,}0465 \cdot 3438' = 159{,}9' = 2{,}66^0 = 2^0\,39{,}6'.$$

4. **Funktionswerte** von sinus und tangens von Winkeln $< 34'$ können mit unseren Teilungen nicht bestimmt werden.

Für solche kann man setzen

$$\sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha = \widehat{\alpha} = \frac{\alpha}{\rho}.$$

Beispiel: $\sin 25' = \operatorname{tg} 25' = \frac{25'}{3438'} = 0{,}00727.$

X. Allgemeines.

26. Fehlergrenzen beim Zahlenrechnen.

Genauigkeit des Schieberrechnens und Verbindung mit dem Tafelrechnen.

1. In den meisten Fällen des praktischen Rechnens liegen ungenaue Zahlen zu Grunde. Insbesondere ist jede durch Messung gefundene Größe mit einem Fehler

behaftet. Der Inhalt eines Rechteckes mit den Seiten $a = 57{,}3$ und $b = 42{,}7$ m, deren Längen um $\Delta a = \Delta b = 0{,}05$ m unsicher sind, ist z. B. nicht

$$a \cdot b = 57{,}3 \cdot 42{,}7 = 2446{,}71 \ (\mathrm{m}^2).$$

Denn der Fehler ist $\Delta I = b\,\Delta a + a\,\Delta b \leqq (42{,}7 + 57{,}3)\ 0{,}05 = 5\ (\mathrm{m}^2)$.

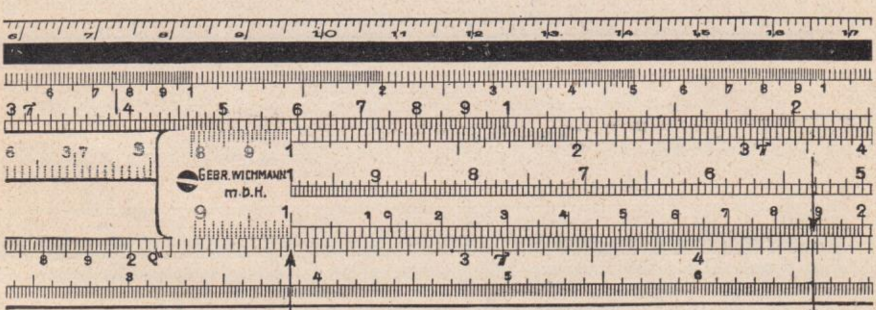
Es ist also im errechneten Ergebnis die 4. geltende Ziffer völlig unsicher, so daß wir auf $I = 2450\ \mathrm{m}^2$ abrunden können, was auch der Rechenschieber ergibt — der Läuferstrich steht ein wenig vor 2 — 4 — 5. Der Inhalt I liegt also zwischen 2452 und 2442 m². Bei den oft mühsamen Fehlerbestimmungen bei praktischen Aufgaben ist der Rechenschieber ein unübertreffliches Hilfsmittel.

2. Beim Rechnen mit der unteren Teilung beträgt bei mittlerer Rechengeschwindigkeit bei einfachen Produkten oder Quotienten die Unsicherheit des Ergebnisses 0,8 bis 1,0 ‰ oder 1:1250 bis 1:1000. Näheres über die Genauigkeit gewöhnlicher Rechenschieber im Vergleich zur Leistungsfähigkeit 4-stelliger Tafeln s. Lötzbeyer, Ph., Theorie und Praxis der Tafeln und des Tafelrechnens (Verl. L. Ehlermann, Dresden) § 25. In diesem Büchlein ist auch an vielen Stellen gezeigt (z. B. § 23), wie der praktische Rechner Schieber- und Tafelrechnen in geeigneter Weise verbindet.

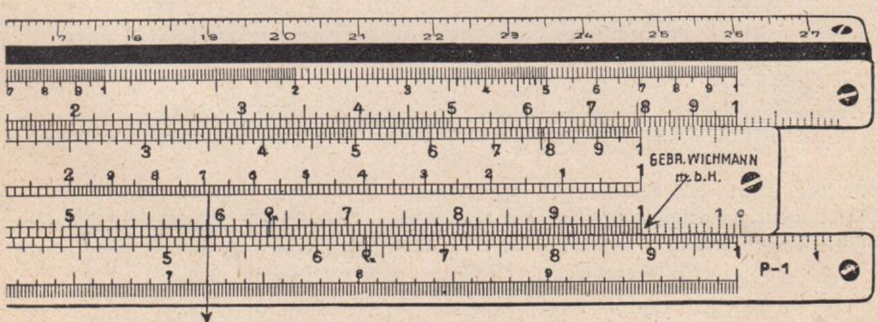
27. Rechenbeispiele am Rietzschieber.

1. Multiplikation. a) $2{,}43 \cdot 1{,}884 = 4{,}58$; b) $8{,}90 \cdot 5{,}91 = 52{,}6$.

a)



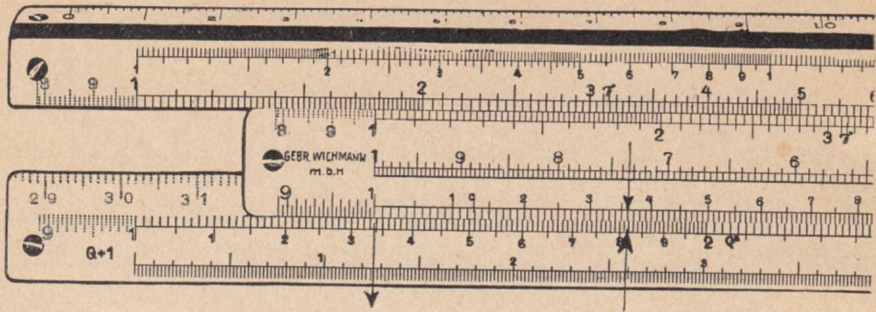
b)



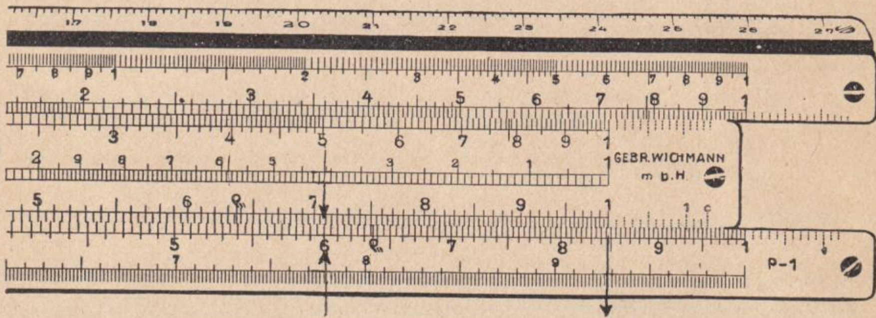
P-1

2. Division. a) $1{,}817:1{,}360 = 1{,}336$; b) $6{,}00:7{,}09 = 0{,}847$.

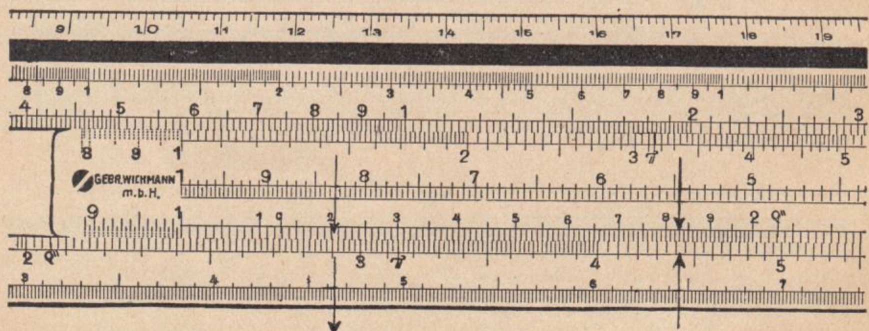
a)



b)



3. Verhältnisrechnen. $4{,}42:1{,}828 = x:1{,}203$; $x = 2{,}91$.

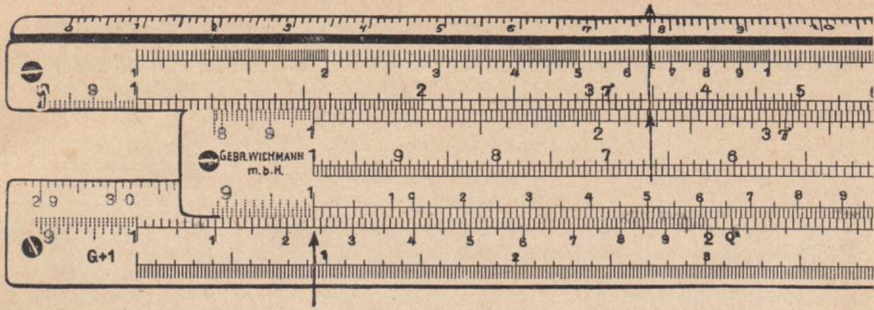


Bemerkung. Die Abbildungen der Teilstücke auf dieser Seite umfassen den ganzen Rietzschieber. Es lassen sich daher mit Hilfe eines rechteckigen Papierstreifens unter Benutzung der Teilungen D, A und K Ableseübungen machen, z. B.

$$1{,}46^2;\quad 35{,}2^2;\quad 7{,}05^2;\quad 1{,}69^3;\quad 28{,}4^3;\quad 8{,}25^3;$$

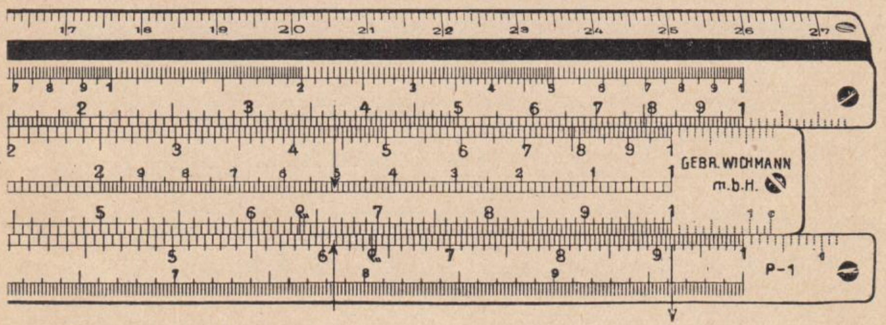
$$\sqrt{2{,}69};\quad \sqrt{41{,}6};\quad \sqrt{8780};\quad \sqrt[3]{6{,}23};\quad \sqrt[3]{78{,}4};\quad \sqrt[3]{625}.$$

4. Rechnen mit Quadraten. $1{,}240^2 \cdot 2{,}26 = 3{,}48$.

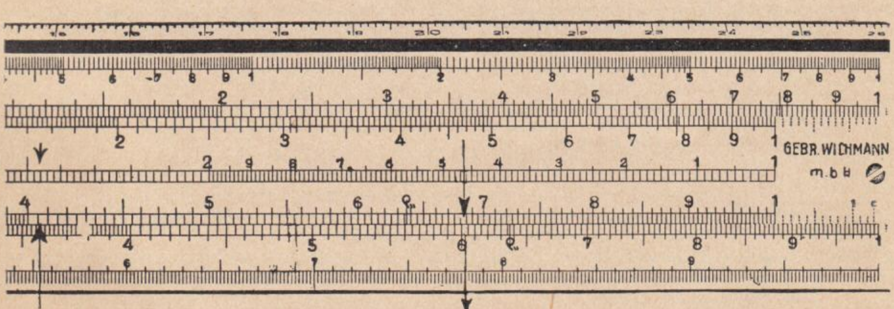


5. Reziprokteilung. a) $6{,}08 \cdot 1{,}505 = 9{,}16$; b) $3{,}58 \cdot 2{,}46 \cdot 6{,}84 = 60{,}2$.

a)



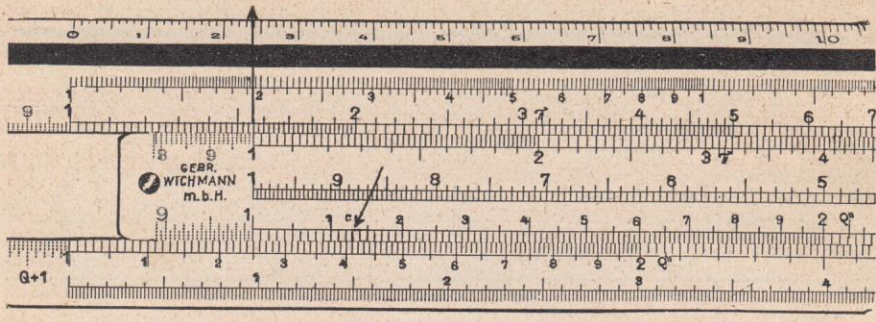
b)



Bemerkung. Ableseübungen entsprechend wie Seite 30 unter Benutzung der gleichmäßigen Teilung L und der Teilung D.

Bestimme log 17,5; log 4,14; log 0,604; log 865;
ferner x aus log x = 0,385; log x = 0,093; log x = 0,784; log x = 1,780.

6. Kreisrechnung. Gegeben d = 14,1 mm. $F = \left(\frac{14,1}{c}\right)^2 = 156\ mm^2$.



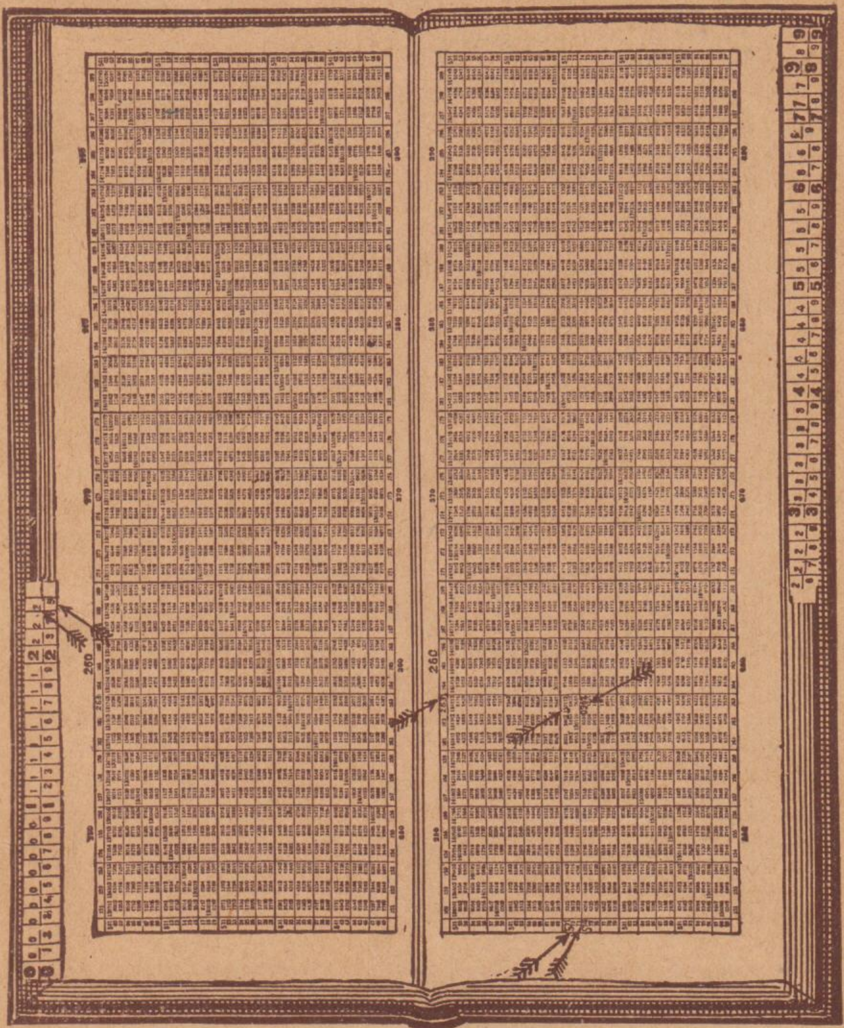
28. Anhang: **Lösungen der Übungen und Aufgaben.**

S. 7	6.		a) 0,436; b) 0,0528; c) 9,62; d) 0,853;
			e) 5,66; f) 0,0467; g) 3,44; h) 2,32.
S. 8			a) 1,768; b) 0,249; c) 0,347; d) 0,1875.
	7.		a) 18,11; b) 65,2; c) 208; d) 9,07.
S. 9	8.	1.	a) 3,13; b) 1,603; c) 9,61; d) 0,0678.
		2.	a) 216; b) 14,75; c) 0,326.
S. 12	10.	Aufg.	2. 33; 35,2; 37,4; 39,6 . . . .88,0 engl. Pfd.
			3. 48,4; 89,5; 108,7; 143,9; 260 mm^2.
			4. 6,54; 6,38; 6,23; 6,09; 5,97; 5,83 . . .4,88.
			5. 3; 3,33; 4,26; 5,51.
			6. 26,8; 14,72; 19,22; 23,3 mm.
			7. 108; 162; 216; 270; 324; 378; 432; 486; 540 sm.
S. 14	12.	Aufg.	11. 8,66; 8,73; 8,54%.
			12. 137,70; 426; 239 RM.
S. 15	12.		14. 136; 198; 240; 42; 34 Einheiten. Summe = 650.
			16. 51,6; 25,8; 22,6%; Summe = 100%.
			18. 27,9; 39,1; 61,5 m; Summe = 128,5 m.
			19. 0,0167; 0,0334; 0,050; 0,067; 0,083 . . . 0,983°.
S. 16	13.	2.	2,25; 3,69; 11,7; 992; 377000;
			0,04; 0,25; 0,0025; 0,0625; 0,0000563.
S. 17	14.	1.	3,94; 1,24; 0,148; 0,195; 0,0616; 240.
S. 18	15.	2. Anwendg. 2)	3,76; 4,07; 4,34; 2,19 m/sec.
S. 20	17.	1.	27; 64; 125; 512; 3,38; 13,8; 46,7; 91,1; 831.
S. 22	20.	1.	0,333; 0,125; 4; 0,008; 0,36; 2,67; 0,0171.
S. 23		2.	30,9; 37,8; 231; 1520.
	21.	3.	$0,738 \approx 0,74$ cbm.
S. 23		5.	4,69; 4,62; 4,54; 4,47; 4,40; . . . 4,14.
S. 24	22.	1. Beispiel b)	$x_1 = 2,58$; $x_2 = 4,36$.
		2. Beispiel a)	$x_1 = 1,05$; $x_2 = 1,46$; $x_3 = -2,51$;
		b)	$x_1 = 3,6$; $x_2 = -1,5$; $x_3 = -2,1$.
S. 27	24.	3. Beispiel 2.	$\alpha = 71^0\ 30'$; $\beta = 44^0\ 10'$; c = 646 m.

Rechentafel „Henselin"

Nr. 8152 **Preis 7,50 RM**

für das praktische Zahlenrechnen, enthält das große Einmaleins bis 1000 x 1000 nebst einer Kreisberechnungstabelle. Fest angeklebte Leitfähnchen aus Leinewand ermöglichen es, jedes gesuchte Ergebnis sowohl für die Multiplikation als auch für die Division, ohne blättern zu müssen, zu finden.



Jede Seite der Tafel ist 14,5 x 39 cm groß.

Das ganze Rechnen besteht aus einem Griff mit der linken Hand nach den Leitfähnchen und einem Blick nach dem Ergebnis. Man hat nicht nötig, lange zu blättern, sondern schlägt augenblicklich (infolge der Leitfähnchen) die richtige Seite auf. Auch auf den einzelnen Seiten braucht man nicht erst nach den Randzahlen zu sehen, sondern kann infolge des Liniensystems und der Druckverschiedenheiten das Ergebnis sofort ablesen.

Neu! Nr. 1870 und 1871

Zwei neue, äußerst dünne und handliche Präzisions-Taschenrechenschieber

4 mm stark
15 cm lang

aus Hartholz mit Zelluloidauflagen, geritzter 12,5 cm langer Teilung, federndem Zelluloidrücken,

Zelluloidläufer und Millimeterteilg. auf schräger Kante, in weichem Lederbehälter einschließlich Anleitung zum Gebrauch.

Nr. 1870 wie nebenstehend abgebildet 3.60 RM

Nr. 1871 Derselbe Taschenrechenschieber, jedoch mit Sinus-, Tangens- und Logarithmen-Teilungen auf der Rückseite der Zunge . . . 4.— RM

Mit Firmenaufdruck sehr gut für Werbezwecke geeignet