Rechenscheibe

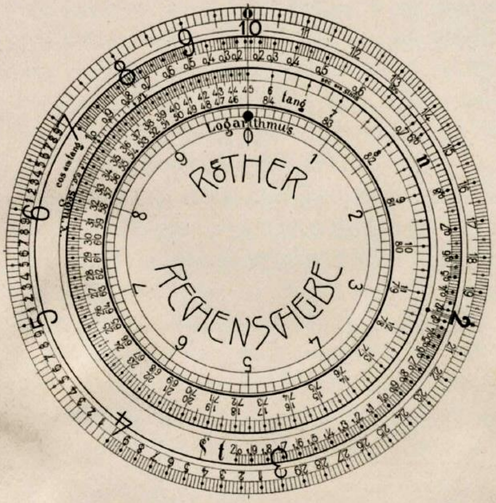
D. R. G. M. 297600.

Beschreibung und Anleitung
zum Gebrauch derselben.

Kgl. Univers.-Druckerei von H. Stürtz, Würzburg.

Rechenscheibe

D. R. G. M. 297600.



Kein Rechenschieber der Welt kommt der Rechenscheibe in ihrer
. . . . zweckdienlichen Einrichtung gleich. . . . .

Beschreibung und Anleitung zum Gebrauch derselben.

Pythagoräische Rechenscheibe.

Von D. Röther.

D. R. G. M. Nr. 297 600.

EINLEITUNG.

Die Rechenscheibe besitzt gegenüber dem Rechenschieber vor allem den **wesentlichen Vorzug** der in sich **geschlossenen Teilung ohne Anfang** und **ohne Ende.** Die Bezifferung ist groß und deutlich und die Darstellung der Teilung so markant, daß nicht nur die **Einstellung** und **Ablesung** sehr erleichtert, sondern auch die **Sehkraft** geschont wird.

Die in konzentrischen Kreisen angebrachten Teilungen dienen zur Multiplikation, Division, Verhältnisrechnung, Potenzierung und Radizierung mit beliebigen Potenzen und Exponenten, zur Gewinnung der Wurzel aus der Summe oder der Differenz zweier Quadrate, zu Kreisbogenberechnungen und -Absteckungen, zur direkten Berechnung von Kreissegmenten, zu Winkel- und Koordinatenberechnungen, zur Ableitung sämtlicher triogonometrischen Funktionen aus je einer beliebig gegebenen und zwar: Sinus, Tangens, Kotangens, Kosinus, Sekante, Kosekante, $1 - \cos\alpha$, $\sec\alpha - 1$ und $\tan\frac{\alpha}{2}$, wovon sich die drei letzteren besonders zur Erzielung genauester Werte eignen. Ferner ist noch eine Teilung für direkte logarithmische Rechnungen angebracht. Kein Rechenschieber kommt in seiner Einrichtung der Rechenscheibe gleich. Letztere wird in 4 Größen angefertigt:

I. Präzisionsscheibe, Durchmesser 22 cm, geteilte Länge 230 cm, Genauigkeit ca. 1 . 10000.

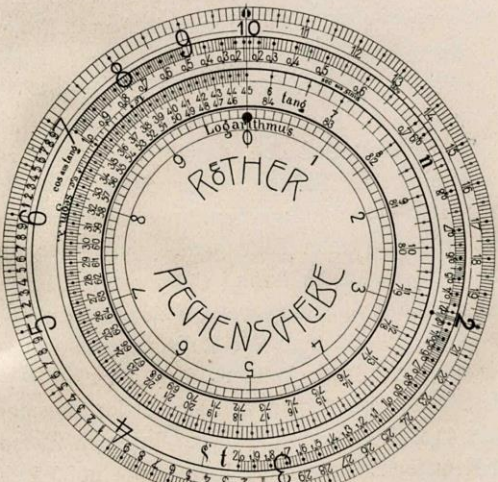
II. Bureauscheibe, Durchmesser 20 cm, geteilte Länge 63 cm, Genauigkeit ca. 1 : 2000.

III. Taschenscheibe, Durchmesser 11 cm, geteilte Länge 34,5 cm, Genauigkeit ca. 1 : 1200.

IV. Westentaschescheibe, Durchmesser 7 cm, geteilte Länge 22 cm, Genauigkeit ca. 1 : 900.

Einrichtung.

Auf der Grundplatte befindet sich der Zeiger Z. Außerdem können auf ihr je nach Bedürfnis noch sonstige Marken für konstante Werte angebracht werden.



Die Scheibe enthält auf ihrem äußersten Umfange die logarithmische Teilung für die Zahl zwischen 10 und 100.

Im zweiten Umfange sind für speziell technische Zwecke noch vier Teilungen angebracht und zwar die Teilung links von Marke 10, um aus der Tangente den Sinus und Kosinus zu erhalten — rechts von Marke 10, um aus dem Sinus die Tangente und die Sekante zu erhalten. Die von Marke 2 aus und in der Richtung gegen Marke 10 mit **u** bezeichnete Teilung gibt radial auf die Zahlenreihe des äußeren Umfanges projiziert, den dem Sinus entsprechenden Wert von $1 + \cos$. In ähnlicher Weise wird auf der von u symmetrisch liegenden mit **t** bezeichneten Teilung der der Tangente entsprechende Wert von $1 + \sec$ gefunden, so daß sowohl aus dem Sinus wie aus der Tangente unmittelbar:

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{1+\sec\alpha} = \frac{\sin}{u} = \frac{\mathrm{tg}}{t} = p$$

gebildet werden kann.

Die innere mit tang bezeichnete Teilung korrespondiert ebenfalls mit der Teilung des äußeren Umfangs, insofern auf diesem die natürliche Zahl der Tangente bezw. Kotangente für den unter gleichem Strahl liegenden Winkelgrad gefunden wird.

Der bewegliche Zelluloidläufer mit Strichmarke dient zum Einstellen auf die in Frage kommenden Zahlen.

Um mit der Rechenscheibe vorteilhaft arbeiten zu können, hat man zunächst die Teilung zu beachten. Man findet, daß von 1—4 oder 10—40 die Zwischenräume zwischen den Zahlen noch durch Striche in zehn Teile geteilt sind, so daß man drei Ziffern unmittelbar ablesen kann. Die Zwischenräume zwischen den Strichen können schätzungsweise nochmals gezehntelt werden. Von 4—7 oder 40—70 sind die Zwischenräume zwischen den Zahlen durch einen Strich halbiert, das einzelne Intervall bedeutet demnach 5. So liegt z. B. beim Strich zwischen 41 und 42 der Wert 415. Da man nun diese einzelnen Zwischenräume wieder schätzungsweise zehnteln kann, so sind 3 Zehntel nach 415 soviel wie $415 + \frac{3}{2} = 4165$ usw. Von 7—10 ist die Teilung wieder zehnteilig. Die übrigen Teilungen im zweiten Umfang sind meistens durch fünf Striche bezeichnet, so daß ein Teil gleich zwei Einheiten ist, und demnach mit zwei gezählt wird. Um Irrungen zu vermeiden, hat man beim Einstellen und Ablesen der Werte nicht nur die vorhergehende, sondern auch die nachfolgende gedruckte Zahl zu betrachten.

Multiplikation.

Man stellt den einen Faktor durch Drehen der Scheibe auf Z, hält die Scheibe fest und deckt mit dem Läufer (L) die Marke 10. Während man nun den Läufer durch leichten Druck auf der Grundplatte festhält, dreht man die Scheibe unter den Läufer durch, bis der andere Faktor unter der Strichmarke des Läufers erscheint. Nun liest man das Produkt bei Z ab z. B. 14×27; 14 auf Z, Läufer auf 10, 27 unter den L, gibt 378 bei Z. 4×8×5; 4 auf Z, L auf 10, 8 unter L,

L auf 10, 5 unter L = 160 bei Z.

Division.

Man stellt den Dividenden auf Z, deckt mit dem Läufer den Divisor und dreht die Marke 10 unter den Läufer. Ablesung des Quotienten bei Z. z. B.: 8 : 4; 8 auf Z, L auf 4, 10 unter L = 2 bei Z.

$\frac{2}{6 . 5 . 4}$; 2 auf Z, L auf 6, 10 unter L,

L auf 5, 10 unter L,

L auf 4, 10 unter L = 0,0167 bei Z.

Sollen mehrere Zahlen durch die gleiche Zahl addiert werden z. B. $\frac{12}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{15}{6}$ etc. etc., so bildet man den Quotienten $\frac{1}{6}$ und multipliziert mit diesem die Zahlen 12, 3, 15 etc. etc.

Verhältnisrechnungen.

$x = \frac{3}{5} . 4$; 3 auf Z, L auf 5, 4 unter L = 2,4 bei Z.

$\frac{8 . 4}{6 . 5}$; 8 auf Z, L auf 6, 4 unter L,

L auf 5, 10 unter L = 1,066 bei Z.

Jede Division endigt mit der Drehung der Marke 10 unter den Läufer, während die Multiplikation mit der Einstellung des letzten Faktors unter dem Läufer endigt. Zahlenausdrücke wie obiges Beispiel werden nicht etwa so berechnet, daß man zuerst das Produkt des Zählers, dann das des Nenners bildet, und beide dividiert, sondern zweckmäßig nur durch abwechselnde Division und Multiplikation, wie bereits angegeben, denn die Operationen bei den verschiedenen Rechnungsarten bestehen lediglich aus einem Addieren und Subtrahieren der den Zahlen entsprechenden Bögen. So wird bei 14×27 zunächst der Bogen 10—14 zwischen Läufer und Zeiger eingestellt und dann der Bogen 10—27 an diesen angereiht, indem man 27 unter den Läufer bringt. Der Bogen 10—Z mit der Ablesung 378 ist dann die logarithmische Summe der Bögen 10—14 und 10—27 d. h. das Produkt. Hieraus ergibt sich die Zweckmäßigkeit von selbst bei kombinierten Rechnungen die Bögen abwechslungsweise zu subtrahieren und zu addieren, statt die Bögen erst sämtlich zu addieren und dann erst zu subtrahieren. Beispiel: Ein dreiprozentiges Wertpapier wurde um 87 Mark gekauft, wieviel Prozent trägt es wirklich?

3 auf Z, L auf 87, 100 unter L = 3,45 % bei Z.

Typisch:	3	87 oder	a	b
	x	100	x	c

Man rechne stets $(a:b) \,.\, c = x$ oder $(c:b) \,.\, a = x$.

Bestimmung der Stellen des Resultates.

Nach dem mechanischen Rechnungsvorgang, Drehung der Scheibe und Drehung des Läufers kann man bei Multiplikationen für $a \cdot b$ setzen $\frac{\alpha}{1} \cdot b$ oder logarithmisch $\alpha - 1 + b = Z$ gleich dem mechanischen Vorgang α auf Z, L auf 1, b unter L, Ablesung bei Z. Die Stellenzahl des Produktes ist somit die Summe der Stellen von $a + b$ und so oft -1, als Produkte gebildet werden. Die Anzahl der Stellen vor dem Komma ist positiv und beim echten Dezimalbruch die Anzahl der Nullen hinter dem Komma negativ. So oft jedoch beim Drehen der Scheibe, immer von rechts nach links, entgegengesetzt dem Laufe des Uhrzeigers, die Marke 10 am Zeiger (Z) vorübergeht, ist $+1$ mehr zu setzen. Bei der einfachen Division ist die Anzahl der Stellen des Nenners von der Anzahl der Stellen des Zählers abzuziehen und auch hierbei darauf zu achten, ob die Marke 10 den Zeiger passiert, in welchem Falle in gleicher Weise wie bei der Multiplikation + 1 mehr zu setzen ist.

Beispiele: $\sqrt{46{,}2 \cdot 17{,}8 \cdot 5{,}6 \cdot 15{,}3}$.

Anzahl der ganzen Stellen =	+ 7	
„ „ Multiplikationen		— 3
Einmaliges Passieren der Marke	+ 1	
	+ 8	— 3 = + 5

Das Produkt hat somit 5 ganze Stellen = 70400, hieraus die Wurzel = 265,5.—

Die Dimensionen einer Mauer und als letzter Faktor der Preis für einen Kubikmeter sind: 0,46 · 3,84 · 9,50 · 18,0; was kostet die Mauer?

Anzahl der ganzen Stellen	+ 4	
„ „ Multiplikationen		— 3
zweimaliges Passieren der Marke	+ 2	
	+ 6	— 3 = + 3 Stellen,

somit 302,0 M.

0,0853 · 181,6 · 0,0003; positive Stellen	+ 3	
negative „		— 4
2 Multiplikation		— 2
einmaliges Passieren	+ 1	
	+ 4	— 6 = — 2

somit 0,00465.

Bei Verhältnisrechnungen und wenn der Zähler sowie der Nenner aus einer größeren Anzahl von Faktoren besteht, werden die Stellensummen des Zählers und des Nenners mit ihren Vorzeichen gebildet und bei Ausführung der Drehungen, immer nach links, darauf geachtet, wie oft die Marke 10 den Zeiger passiert = + 1 und den Läufer = — 1 und diese Positionen ihren Vorzeichen entsprechend in Zugang gebracht. Die Ausführung der Rechnung geschieht durch abwechslungsweises Dividieren und Multiplizieren.

$\frac{5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4} = 281$; 5 durch 4 mal 6, durch 8 mal 3, durch 5 mal 2, durch 4 mal 1. Positive Stellenzahl des Zählers $= + 4$

Negative „ „ Nenners $- 4$

Passieren des Zeigers und Läufers $+ 1 - 1$

$+ 1 - 1$

$+ 6 - 6 = 0$

Somit 0.281.—.

$\frac{0{,}006 \,.\, 7 \,.\, 1{,}9}{80 \cdot 0{,}04} = 25.$ Zähler $+ 2 - 2$

Nenner $+ 1 - 2$

Passieren $+ 1 - 1$

$+ 1 - 1$

$+ 5 - 6 = - 1$

Somit 0,025.—.

Sehr häufig erfolgt das Passieren von Zeiger und Läufer miteinander, in welchem Falle $+ 1 - 1$ nicht notiert zu werden brauchen.

Quadratwurzel.

Man stellt den Radikanden auf Z und halbiert mit dem Läufer bei einer ganzen Zahl schätzungsweise den Bogen, der vom Zeiger und Läufer eingeschlossen wird. Hierbei kommen zwei Bögen in Betracht, der vom Zeiger aus nach rechts liegende und ein zweiter um 180^0 vom ersteren verschiedener nach links liegender, je nachdem der Radikand aus einer geraden Anzahl von Ziffern besteht (Halbierung des Rechtsbogens) oder einer ungeraden (Halbierung des Linksbogens). Bringt man nun die geschätzte Wurzel unter Festhalten des Läufers auf Z, so zeigt sich zwischen Läufer und Marke 10 eine nach Teilstrichen abzulesende Differenz, deren Hälfte nun mit dem Läufer gedeckt wird. 10 unter den Läufer gibt die Wurzel bei Z.

Z. B. $\sqrt{49}$; 49 auf Z. Da 49 eine gerade Anzahl von Ziffern besitzt, wird der Rechtsbogen mit dem Läufer schätzungsweise bei 6,9 halbiert und dieselbe Zahl 69 auf den Zeiger gebracht. Zwischen 10 und dem Läufer zeigt sich nun eine Differenz von drei ganzen Teilstrichen; mit dem Läufer die Hälfte = 1,5 gedeckt und 10 unter den Läufer gedreht gibt 7.

als Wurzel. Zur Probe kann man dann den Radikanden durch die Wurzel dividieren, wonach die Wurzel wieder beim Zeiger erscheinen soll.

Beispiel: $\sqrt{4,9}$; Halbierung des Linksbogens, L auf 23 (geschätzt), 23 auf Z gibt acht ganze Teilstriche Differenz zwischen 10 und L. Den Läufer auf Teilstrich 4 als der Hälfte der Differenz, 10 unter den Läufer gibt 2213 bei Z.

Quadratwurzel aus größeren Zahlen durch Kettenbruch. Beispiel: $\sqrt{34892,75}$; Die Wurzel ist nach der gegebenen An-
$a^2 = -\ 32400,00$ leitung $= 187,0 = (180 + 7,0 = a + b$; a def.,
$2492,75 : 367,0\ [2\,a + b] = 6,80 = b$, b prov.
„ $: 366,80$ „ $= 6,80 = b$; somit 186,80
= Wurzel.

Wurzel aus der Summe zweier Quadrate.

Z. B. $\sqrt{30,2^2 + 89,4^2}$. Man bildet den Quotienten (Tangente) aus der kleineren durch die größere Zahl: 302 auf Z, L auf 894, 10 unter L = 0,3375 bei Z. Nun mit dem Läufer unter Festhaltung der Scheibe auf 0,337 (= 0,34) der t-Teilung (beginnend bei der Zahl 2 im 2. Kreisumfang) und 302 unter den Läufer gibt 4,95 bei Z. Diese Zahl addiert man unter Berücksichtigung des Kommas zu 89,4 und hat nun mit 94,35 das verlangte Resultat. Typische Form $s = \sqrt{a^2 + o^2}$

$$a : o = \text{tang}$$
$$(\text{tang} : t)\,.\,a = pa;\quad pa + o = s.$$

Auf das rechtwinklige Dreieck bezogen stellt $pa = \text{tang}\,\frac{\alpha}{2}\,.\,a$ jene Größe dar, um welche die größere Kathete kleiner als die Hypotenuse ist.

Wurzel aus der Differenz zweier Quadrate.

Z. B. $\sqrt{94,35^2 - 30,2^2}$.

Man bildet wieder den Quotienten (sinus) aus der kleineren dividiert durch die größere Zahl: 302 auf Z, L auf 9435, 10 unter L = 0,320 bei Z (Scheibe festhalten) L auf 0,320 der **u** Teilung, 302 unter L gibt 4,95 bei Z = pa.

$$\begin{aligned} s &= 94{,}35 \\ -\,pa &= 4{,}95 \\ \hline o &= 89{,}40 \end{aligned}$$

Typisch; $o = \sqrt{s^2 - a^2}$

$$a : s = \text{sinus}$$

$$(\text{sinus} : u) \,.\, a = pa$$

$$s - p\,.\,a = o.$$

Bezüglich der Hilfsteilungen t und u hat man zu beachten, daß die Teilung t in Verwendung tritt, wenn der Quotient = tang, die **u** Teilung, wenn der Quotient = sin ist. Bei der Summe der Quadrate wird pa zur größeren Zahl addiert, bei der Differenz der Quadrate wird pa von der größeren Zahl subtrahiert. Bei der Teilung ist ferner zu beachten der Unterschied von 0,1 und 0,01, damit man bei einem Quotienten von beispielsweise 0,03 den Läufer nicht irrigerweise auf 0,3 der t- oder u-Teilung einstellt. Bei Quotienten unter 0,1 kann man den Läufer stets auf die Marke 2 selbst stellen.

Das Abstecken von Kreisbögen mit bekanntem Radius durch Berechnung der zur Tangente lotrechten Abstände ist nur eine Anwendung des Vorhergehenden, indem als Lot für die Tangentenstrecke a die Größe p . a gerechnet wird. Z. B. a = 61,2 R = 300.

61,2 auf Z, L auf 300, 10 unter L = 0,204 (sin) bei Z, Scheibe festhalten, L auf 0,2 der u Teilung 61,2 unter L = 6,31 bei Z.

Abstecken rechter Winkel.

Auf einer 30 m langen Linie soll ein rechter Winkel mit 25 m Länge errichtet werden. Nachdem der rechte Winkel provisorisch abgesteckt und gemessen ist, wird als Spannmaß die Hypotenuse gemessen. 25,0 : 30,0 = 0,833; $\frac{0{,}833}{t} \,.\, 25{,}0 = 9{,}06.$ 9,06 + 30,0 = 39,06 als Hypotenuse. Der Endpunkt des Lotes liegt somit 25,0 m vom Lotfußpunkte und 39,06 m vom Anfangspunkte der Linie entfernt.

Dreiecksberechnung.

Berechnung der Koordinaten eines Dreiecks aus den gegebenen 3 Seiten a Basis, b und c. Aus $m = \frac{(b+c)\,.\,(b-c)}{2a}$ erhält man x, den Lotfußpunkt $= \frac{a}{2} + m$; hieraus das Lot gleich der Wurzel aus der Differenz zweier Quadrate.

a	81,20	$\frac{a}{2}$	40,60
		m	11,89
b	89,70	x	δ 2,49 : 89,70 (b)
c	78,20		— 16,96
(b + c) ·	167,90	y	72,74
· (b — c)	11,50		28,71 : 78,20 (c)
: 2 a	162,40	a—x	— 5,46
= m		y	72,74

Winkelberechnungen.

Im innersten Kreisumfang befindet sich eine mit tang bezeichnete Teilung von 6—45 Grad mit einer Unterteilung von 10 zu 10 Minuten. In entgegengesetzter Richtung sind die Ergänzungswinkel von 45—48 Grad angebracht. Deckt man mit dem Läufer einen beliebigen Winkelgrad, so liest man auf dem äußersten Kreisumfang die natürliche Zahl für die Tangente dieses Winkels ab. Z. B. L auf Z, $29^0\,33'$ unter L, gibt 0,567 als Tangente. Will man hierzu Sinus und Kosinus, so deckt man mit dem Läufer die Marke 10 und dreht die Scheibe nach rechts unter den Läufer durch (der Sinus ist kleiner als die Tangente!) bis der Wert 0,567 der mit „cos aus tang" bezeichneten Hilfsteilung vom Läufer gedeckt ist. Die Ablesung bei Z gibt mit 0,493 den Sinus, unter dem Läufer steht mit 0,870 der Kosinus.

Will man zum Sinus = 0,493 (bei Z) die Tangente, so deckt man mit dem Läufer die Marke 10 und dreht die Scheibe nach links (die Tangente ist größer als der Sinus), bis der Läufer den Wert 0,493 der mit „sec aus sin“ bezeichneten Hilfsteilung deckt. Beim Zeiger erscheint die Tangente, unter dem Läufer die Sekante (Peripherieteilung). Für die Winkelgrade 0—6 Grad erhält man den Sinus, wenn man die in Minuten verwandelte Gradzahl durch die mit ϱ' bezeichnete Konstante dividiert. Z. B. für 3^0 ist der Sinus = 180′ durch ϱ' = 0,0523. Dreht man die Scheibe um eine Kleinigkeit nach links bis der Läufer den Wert **0,05** der Sekantenteilung deckt, so hat man bei Z den Wert 0,0524 als Tangente von 3 Grad.

Eine zweite Art um aus dem Sinus die Tangente und umgekehrt zu erhalten und die der vorhergeschilderten in der Regel vorzuziehen ist, weil man zugleich noch den Wert für die Funktion $p = tg\,\frac{\alpha}{2}$ erhält, geht aus der durch $\frac{\sin}{u} = \frac{tg}{t} = p$ auszudrückenden Einrichtung der Scheibe hervor. Soll für den Sinus = 0,493 (Z) die entsprechende Tangente gefunden werden, so deckt man nach der Anweisung $\frac{\sin}{u}$ mit dem Läufer den Wert 0,493 der u-Teilung, hält den Läufer fest und sucht dann durch Drehung der Scheibe der Forderung $\frac{\sin}{u} = \frac{tg}{t}$ gerecht zu werden, indem der Wert bei Z dem der t-Teilung unter dem festgehaltenen Läufer gleich sein soll. Bei der starken Konvergenz der Hilfsteilungen gegenüber der Peripherieteilung ist die Sache einfach. Bei 0,57 der t-Teilung unterm Läufer wird beim Zeiger das Gleichgewicht mit 0,567 als Tangente hergestellt sein. Dreht man 10 unter den Läufer, so hat man p = 0,2635 bei Z.

Ähnlich wird aus p der Sinus und die Tangente gefunden, denn p . u = sin und p . t = tang. Z. B. p = 0,2637 auf Z, L auf 10, 2 unter L zeigt bei Z mit 0,53 . . den ungefähren Wert des Sinus und der Tangente, und nun erhält man durch Näherung, je nachdem man die Bezifferung der u- oder t-Teilung mit der Peripherieteilung bei Z durch Drehung der Scheibe in Übereinstimmung bringt, für p . u als Sinus 0,493 und für p . t als Tangente 0,557. — Mit größerer Genauigkeit, wenn es in einzelnen Fällen nötig sein sollte, erhält man die übrigen Funktionen aus $p = tg \frac{\alpha}{2}$ durch die Formeln:

$$\frac{2p}{1+p^2} = \sin\alpha;\ \sin\alpha \,.\, p = 1 - \cos\alpha = v \text{ (Abkürzung)}$$

$$\frac{2p}{1-p^2} = \tang\alpha;\ \tang\alpha \,.\, p = \sec\alpha - 1 = r \text{ (Abkürzung)}$$

wenn p aus irgendwelchen Koordinatenverhältnissen bekannt ist, und man von 2p jene Größe m abzieht, welche als Differenz mit 2p den Sinus gibt, oder durch Addition die Tangente $m = \frac{a}{b}(b-1)$.

Beispiel: für $p = 0{,}2637$ ist $p^2 = 0{,}0694$; $2p = 0{,}5274$
$1 + p^2 = 1{,}0694$; $1 - p^2 = 0{,}9306$.

$m = -\frac{0{,}5274}{1{,}0694} . 0{,}0694$ für sin; $m = +\frac{0{,}5274}{0{,}9306} . 0{,}0694$ für tang

0,5274	0,5274
— 343	+ 393
0,4931 = sin	0,5667 = tang.

Multipliziert man sin und tang mit p, so erhält man

$0{,}1300 = 1 - \cos = v$	$0{,}1494 = \sec - 1 = r$
$s - vs = o$	$o + ro = s$

Kreisfunktionen.

a) Zur Bestimmung des Zentriwinkels sind auf den Tangenten die Maße x, y und b gemessen, dann ist

$$tg \frac{\alpha}{2} = \frac{y}{b+x} \text{ für den Kreis links}$$

$$tg\, 90 - \frac{\alpha}{2} = \frac{y}{b-x} \text{ für den Kreis rechts.}$$

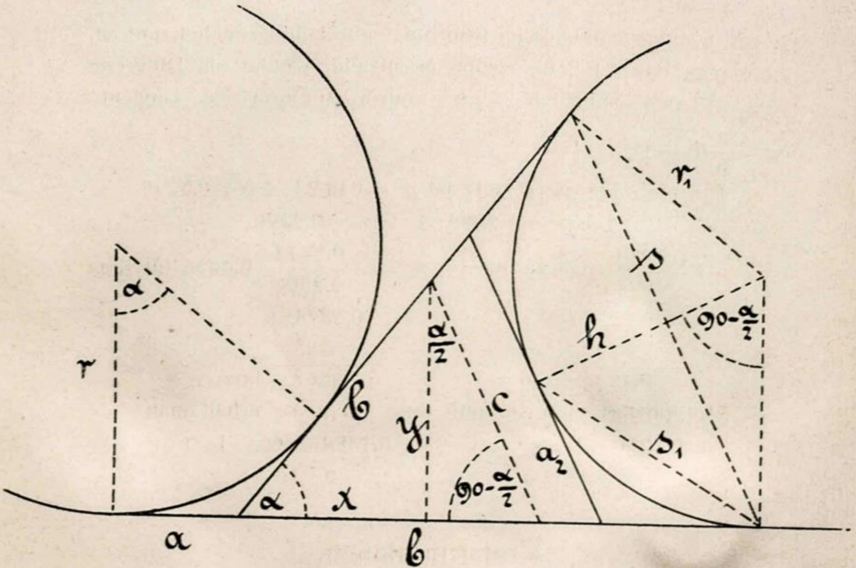
Hieraus erhält man die Tangentenlängen a und a_1; für die Halbmesser r — oder r_1. Als Hilfstangente hat man

$$a_2 = \frac{tg\, 90 - \frac{\alpha}{2}}{t} . r_1. -$$

Die Entfernung des Tangentenschnittes vom Bogenscheitel

$$\text{ist} = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{t} .\ a.$$

b) Es ist das gleichschenkliche Dreieck b b mit der Sehne c gemessen.



$$c : 2\,b = \sin\frac{\alpha}{2};\ \text{hieraus}\ \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\ \text{und}\ 1 - \cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha = b - c \sin .\frac{\alpha}{2};\ y = c - c\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$$

Beispiele: $b = 20{,}0$; $c = 15{,}0$; $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{15{,}0}{40{,}0} = 0{,}3750$; $r = 40{,}0$. In dieser Stellung hält man den L fest und bringt 0,375 der mit „sec aus sin" bezeichneten Teilung unter den L, und liest 0,4045 als $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ ab. $\alpha = 0{,}4045 \cdot 40 = 16{,}19$; Hilfstangente $= \frac{0{,}4045}{t} . r = 7{,}78$.

Entfernung vom Bogenscheitel $. \frac{0,4045}{t} . \alpha = 3,15.$

Das Lot im Punkte α auf den Bogen ist $\frac{16,81:40}{u} . 16,81 = 3,70$

$= \frac{a:r}{u} . a.$ —

Ist s die Sehne und h die Sehnenhöhe, so hat man

$$s = 2\, r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$s = 2 \cdot 40 \cdot 0,37 = 30,0$$

$$u = \frac{150:40}{u} . 150 = 2,92 \qquad h = \frac{\frac{s}{2} : r}{u \,.\, z} s$$

Aus Sehne und Sehnenhöhe ist

$$2\, r = \left(\frac{\left(\frac{s}{2}\right)^2}{h} + h \right) = \frac{15,0}{2,92} . 15,0 + 2,92 = 77,1 + 2,92 = 80,0.$$

Aus der Sehne des halben Winkels und der Sehnenhöhe ist

$$r = \frac{s_1}{2\,.\,h} . s_1 = \frac{15,30}{2 \cdot 2,92} . 15,30 = 40,0.$$

Neigungsreduktion und Höhenmessung.

Die auf der Scheibe links von der Marke 10 mit „cos aus tang“ bezeichnete Teilung dient zur Reduktion des Maßes geneigt gemessener Linien auf den Horizont und umgekehrt, wenn die Neigung in Gradmaß oder Gefällsprozenten (Tangente des Neigungswinkels) gegeben ist. Z. B. der Neigungswinkel beträgt $13^0\ 50'$, das direkte Maß 12,38 m, wieviel das reduzierte Maß und der Höhenunterschied beider Punkte? Ausführung: L auf Z, $13^0\ 50'$ der Tangententeilung unter L gibt 0,2466; L festhalten und 0,247 des „cos aus tang“ Teilung unter L (cos = 0,972) L auf 10; 12,38 unter L gibt 12,02 reduziertes Maß; $13^0\ 50'$ oder 0,2466 unter L, gibt 2,493 Höhenunterschied. Die ganze Rechnung geschieht in einem Zuge. Würde umgekehrt das Horizontalmaß 12,02 m in das Gelände unter dem gegebenen Neigungswinkel zu übertragen sein, so gibt 12,02 bei Z, als Länge des geneigt zu messenden

Maßes 12,38 unter L. Ist der Neigungswinkel durch Gefällprozent ausgedrückt, z. B. 38,3% (= 0,383 Tangente), so kommt 0,383 der „cos aus tang“ = 0,932 cos auf Z, L auf 10 und nun die zu reduzierende Länge unter L um bei Z das reduzierte Maß zu geben.

Logarithmus.

Die innerste Kreisteilung der Scheibe enthält die Logarithmen der radial an der Peripherie liegenden Zahlen. So ist z. B. log 3, L auf 3 der Peripherie, = 477. — num. log 5, L auf 5 der Log. Teilung, = 3165 der Peripherie. Im allgemeinen dient diese Teilung nur zum Radizieren mit höheren Exponenten und zu Überschlagsrechnungen, da die Teilung nicht eingehender gestaltet werden konnte.

Beispiele: $\sqrt[6]{38450}$ = log 38450 : 6 = 4,584 : 6 = 0,764, hiervon die Zahl = 5,81. Mechanisch: L auf 3845 gibt als Logarithmus 0,584, hierzu die Charakteristik 4, geteilt durch 6 = 0,764 mit dem Läufer gedeckt gibt = 5,81 an der Peripherie.

$$\sqrt{46{,}2 \,.\, 17{,}8 \,.\, 5{,}6 \,.\, 15{,}3} = \begin{array}{l} 1{,}663 \\ 1{,}251 \\ 0{,}748 \\ \underline{1{,}184} \\ 4{,}846 : 2 = 2{,}423 \\ \qquad \text{num.} = 265{,}6 \end{array}$$

Zinsen- und Zinseszinsrechnung.

Eine dreiprozentige Obligation wurde um 88 Mark gekauft, wieviel Prozent trägt sie nun wirklich? 3 auf Z, L auf 88, 100 unter L gibt 3,41 % bei Z.

Ein Kapital von 24680 Mark trägt jährlichen Zins = 949 Mark, zu wieviel Prozent rentiert es sich. 949 auf Z, L auf 2468, 10 unter L = 3,85 % bei Z. Wie hoch ist das Kapital nach 25 Jahren? $k = a\,q^n$. a = 24680 = Anfangskapital; $q = 1 + \frac{3{,}85}{100} = 1{,}0385$; n = 25 Jahr. Also $k = 24680 \,.\, 1{,}0385^{25}$. Zunächst ist 1,035 in die 25. Potenz zu erheben, indem man den Exponenten in fünf mal fünf zerlegt und zuerst 1,0385 fünfmal (vier Einstellungen) mit sich selbst multipliziert, und dann das gewonnene Produkt ebenfalls fünfmal mit sich selbst und dann mit dem Kapital. $1{,}0385^5 = 1{,}208$; $1{,}208^5 = 2{,}572$; $2{,}572 \cdot a = 6350$. Nach Einstellung von 1,0385 bei Z und des Läufers auf 10 zählt man bei der ersten Drehung gleich 2, dann 3, 4, 5 und liest ab.

Ist die Anzahl der Jahre eine Zahl, die sich nicht in günstige Faktoren zerlegen läßt, wie z. B. 17, so berechnet man das Endkapital für $16 = 4 \cdot 4$ Jahre und zählt den Zinsenanfall des verbleibenden Restes hinzu.

Berechnung von Segmentflächen.

Radial rückwärts der Peripheriezahlen 667—785 liegt eine kleine mit segm λ bezeichnete mit 0,0—1,0, bezifferte Teilung, welche jenen Faktor finden läßt, der mit dem Produkte aus Sehne und Sehnenhöhe multipliziert, die Segmentfläche gibt. Hierzu ist notwendig, daß der Radius des Kreises und die Sehne bekannt ist. Nach der oben gegebenen Anweisung über die Wurzel aus der Differenz zweier Quadrate, findet sich aus der halben Sehne und dem Radius sofort die Sehnenhöhe. Bildet man nun den Quotienten: Sehnenhöhe durch Radius, so hat man die mit segm λ bezeichnete Verhältniszahl (1—cos), welcher radial der dritte Faktor λ entspricht. Beispiel:

Sehne $s = 8{,}00$, Radius $r = 5{,}00$

1) $$\frac{s}{2} : r = 4{,}00 : 5{,}00 = \sin \alpha; \quad \frac{\sin}{u} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = p;$$

$$p \cdot 4{,}00 = h = \text{Sehnenhöhe} = 2{,}00$$

2) $h : r = \text{segm}\ \lambda = 2{,}00 : 5{,}00 = 0{,}40$. Letztere Zahl in der segm λ-Teilung mit dem Läufer gedeckt gibt als Faktor 0,699 auf der Peripherie, somit Segmentfläche $= h \cdot s \cdot \lambda = 2{,}00 \cdot 8{,}00 \cdot 0{,}699 = 11{,}17$. Diese Art der Berechnung ist vollständig neu und bietet gegenüber der bisher gebräuchlichen wesentliche Vorteile.

Die Präzisionsrechenscheibe

hat in vier konzentrischen Kreisen eine geteilte Länge von 2,300 Meter, wodurch erreicht wird, daß schätzungsweise noch Zahlen bis zu 20000 abgelesen werden können. Ihre Genauigkeit ist zehnmal größer als die der einfachen Rechenscheibe, rund 1 : 10000. — Da jede Rechnung auch eine Kontrolle verlangt, wird man zuerst die einfache Rechenmaschine benützen. Das hierdurch bereits annähernd bekannte Resultat bietet die Kennziffern für die Ablesung auf der Präzisionsscheibe. Auf der Grundplatte befinden sich hierfür drei Zeiger (I. IV. V.), an deren einen das Resultat erscheinen muß. Die Einstellung erfolgt stets bei Zeiger I. Die Zahlenreihe von 50—100 (die Normalreihe) gibt durch Verdoppelung am äußersten Kreisumfang die Zahlenreihe von 100 bis 200, durch fortgesetzte Halbierung die inneren Zahlenreihen von 10—50. Dementsprechend gilt der Zwischenraum von einem Teilstrich zum anderen in der äußersten Reihe zwei Einheiten, in der Normalreihe (50—100) eine Einheit, in der nächst zurückliegenden für 25—50 eine halbe Einheit, während die weiter rückwärts liegenden Zahlenreihen besonders geteilt sind, aber nur für die Zahlen 20—25 häufiger in Benützung treten, da für die Zahlen 10—20 wieder die äußerste Reihe in Anwendung kommt.

Eine weitere Teilung für sin und cos in drei Kreisen entspricht in ihrer Anordnung den Zahlenwerten der Normalreihe und den nächsten zwei einwärts liegenden, insofern hier die natürlichen Zahlen der unter dem gleichen Strahl liegenden Winkelgrade gefunden werden.

NOTIZEN.

NOTIZEN.

NOTIZEN.

NOTIZEN.

Datum des Poststempels.

P. P. Hiermit gestatte ich mir, Euer Hochwohlgeboren auf eine epochemachende Neuheit aufmerksam zu machen.

Durch D.R.M. 297600 geschützt, bringe ich eine

RECHENSCHEIBE

in den Verkehr, die mit soviel Vorzügen dem Rechenschieber gegenüber ausgestattet ist, daß ohne jeden Zweifel jeder Landmesser und Techniker sowie jeder Interessent sich dieselbe sofort anschaffen wird.

Ich bitte Sie höfl. von umstehender Erläuterung und Skizze Notiz nehmen zu wollen und die Zweckdienlichkeit und der billige Preis wird Ihnen sogleich auffallen.

Hochachtungsvollst

Pythagoräische Rechenscheibe

D.R.G.M. 297600. Von D. RÖTHER. D.R.G.M, 297600.

PROSPEKT.*

Die Rechenscheibe besitzt gegenüber dem Rechenschieber vor allem den **wesentlichen Vorzug** der in sich **geschlossenen Teilung ohne Anfang** und **ohne Ende.** Die Bezifferung ist groß und deutlich und die Darstellung der Teilung so markant, daß nicht nur die **Einstellung** und **Ablesung** sehr erleichtert, sondern auch die **Sehkraft** geschont wird.

Die in konzentrischen Kreisen angebrachten Teilungen dienen zur Multiplikation, Division, Verhältnisrechnung, Potenzierung und Radizierung mit beliebigen Potenzen und Exponenten, zur Gewinnung der Wurzel aus der Summe oder der Differenz zweier Quadrate, zu Kreisbogenberechnungen und -Absteckungen, zur direkten Berechnung von Kreissegmenten, zu Winkel- und Koordinatenberechnungen, zur Ableitung sämtlicher trigonometrischen Funktionen aus je einer beliebig gegebenen und zwar: Sinus, Tangens, Kotangens, Kosinus, Sekante, Kosekante, $1 - \cos \alpha$, $\sec \alpha - 1$ und $\tan \frac{\alpha}{2}$, wovon sich die drei letzteren besonders zur Erzielung genauester Werte eignen. Ferner ist noch eine Teilung für direkte logarithmische Rechnungen angebracht. Kein Rechenschieber kommt in seiner Einrichtung der Rechenscheibe gleich.

Auf der Grundplatte befindet sich der Zeiger Z. Außerdem können auf ihr je nach Bedürfnis noch sonstige Marken für konstante Werte angebracht werden.

Die Scheibe enthält auf ihrem äußersten Umfange die logarithmische Teilung für die Zahl zwischen 10 und 100.

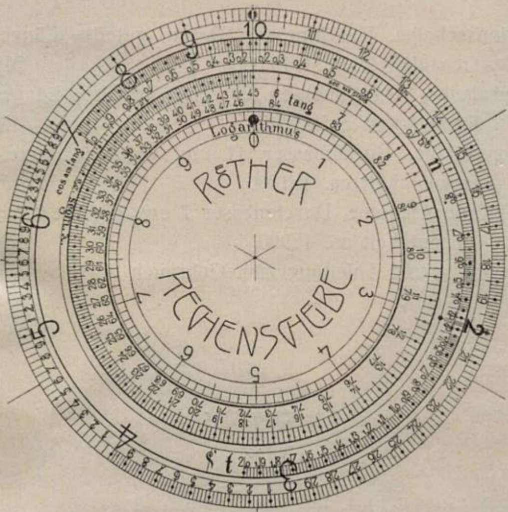
Im zweiten Umfange sind für speziell technische Zwecke noch vier Teilungen angebracht und zwar die Teilung links von Marke 10, um aus der Tangente den Sinus und Kosinus zu erhalten — rechts von Marke 10, um aus dem Sinus die Tangente und die Sekante zu

* Vergl. Z. f. V. Bd. 36, Seite 246/48.

erhalten. Die von Marke 2 aus und in der Richtung gegen Marke 10 mit u bezeichnete Teilung gibt, radial auf die Zahlenreihe des äußeren Umfanges projiziert, den dem Sinus entsprechenden Wert von 1 + cos. In ähnlicher Weise wird auf der von u symmetrisch liegenden mit t bezeichneten Teilung der der Tangente entsprechende Wert von 1 + sec gefunden, so daß sowohl aus dem Sinus wie aus der Tangente unmittelbar:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1+\sec\alpha} = \frac{\sin}{u} = \frac{\operatorname{tg}}{t} = p$$

gebildet werden kann.



Die innere mit tang bezeichnete Teilung korrespondiert ebenfalls mit der Teilung des äußeren Umfangs, insofern auf diesem die natürliche Zahl der Tangente bezw. Kotangente für den unter gleichem Strahl liegenden Winkelgrad gefunden wird.

Der bewegliche Zelluloidläufer mit Strichmarke dient zum Einstellen auf die in Frage kommenden Zahlen.

Um mit der Rechenscheibe vorteilhaft arbeiten zu können, hat man zunächst die Teilung zu beachten. Man findet, daß von 1—4 oder 10—40 die Zwischenräume zwischen den Zahlen noch durch Striche in zehn Teile geteilt sind, so daß man drei Ziffern unmittelbar ablesen kann. Die Zwischenräume zwischen den Strichen können schätzungsweise nochmals gezehntelt werden. Von 4—7 oder 40—70 sind die Zwischenräume zwischen den Zahlen durch einen Strich halbiert, das einzelne Intervall bedeutet demnach 5. So liegt z. B. zwischen 41 und 42 der Wert 415. Da man nun diese einzelnen Zwischenräume wieder schätzungsweise zehnteln kann, so sind 3 Zehntel nach 415 soviel wie $415+\frac{3}{2}=4165$ usw. Von 7—10 ist die Teilung wieder zehnteilig. Die übrigen Teilungen im zweiten Umfang sind meistens durch fünf Striche bezeichnet, so daß ein Teil gleich zwei Einheiten ist, und demnach mit zwei gezählt wird.

PREISE.

I. Präzisionsscheibe, Durchmesser 22 cm, geteilte Länge 230 cm,
Genauigkeit ca. 1:10 000 — Mk. **14.50**

II. Bureauscheibe, Durchmesser 20 cm, geteilte Länge 63 cm,
Genauigkeit ca. 1:2000 — Mk. **7.50**

III. Taschenscheibe, Durchmesser 11 cm, geteilte Länge 34,5 cm,
Genauigkeit ca. 1:1200 — Mk. **6.—**

IV. Westentaschenscheibe, Durchmesser 7 cm, geteilte Länge 22 cm,
Genauigkeit ca. 1:900 — Mk. **4.—**

Beschreibung und Anleitung zum Gebrauch derselben Mk. **0.50**