

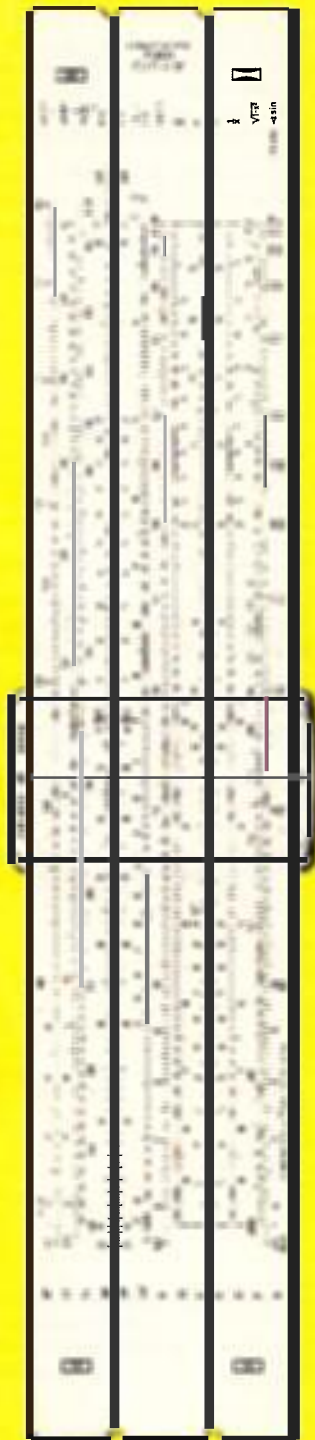
ANLEITUNG
ZUM
RECHENSTAB

ARISTO

STUDIOLOG

0969

Normzahlen-Maßstab 1364



Diese Gebrauchsanleitung gibt Auskunft über die Skalen des Rechenstabes, ihre Bereiche und ihren Verwendungszweck. Es wird erklärt, wie mit den Skalen gerechnet wird und welche Beziehungen untereinander bestehen. Für jede Skala sind Beispiele angegeben, um das Prinzip zu erläutern. Wie in einer Formelsammlung ist das wichtigste zusammengestellt.

Zum Stabrechnen gehört Übung! Für Übungen und ausführliche Erläuterungen empfehlen wir die Lehrbücher:

Hassenpflug: Der Rechenstab ARISTO-Studio

Stender: Der moderne Rechenstab

Behandlung des ARISTO-Rechenstabes

Der Rechenstab ist ein wertvolles Rechenhilfsmittel und braucht eine pflegliche Behandlung. Die Skalen und der Läufer sind vor Verschmutzung und Kratzern zu schützen, damit die Ablesegenauigkeit nicht beeinträchtigt wird.

Es empfiehlt sich, den Rechenstab von Zeit zu Zeit mit dem Spezialreinigungsmittel DEPAROL zu reinigen und trocken nachzupolieren. Keinesfalls dürfen irgendwelche Chemikalien verwendet werden, da diese die Teilung zerstören können.

Der Rechenstab ist vor Plastik-Radierern und ihren Abriebprodukten zu schützen, da diese die Oberfläche des ARISTOPAL beschädigen können. Ferner ist eine Lagerung an heißen Plätzen, z. B. auf Heizkörpern oder in praller Sonne, zu vermeiden, da bei höheren Hitzegraden als etwa 60° C Verformungen auftreten. Für derart beschädigte Rechenstäbe wird kein Ersatz geleistet.

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten
Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet

© 1967 by ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG · HAMBURG · S/EFL/R
Printed in Germany by Borek KG. · 2736

INHALT

1. Allgemeines	
1.1 Handhabung des Rechenstabes	4
1.2 Eigentumsvermerk	4
1.3 Diagrammdarstellung der Beispiele	4
2. Skalenanordnung	5
2.1 Winkelseite	5
2.2 Exponentialseite	6
3. Lesen der Skalen	7
4. Überschlagsrechnung	8
5. Rechenprinzip	9
6. Multiplikation	9
7. Division	10
8. Die versetzten Skalen CF und DF	10
8.1 Direkte Ablesung von Multiplikationen und Divisionen mit der Zahl π	11
9. Vereinigte Multiplikation und Division	11
10. Die Kehrwertskalet CI, CIF und DI	11
11. Proportionen	13
11.1 Tabellenrechnung ohne „Durchschieben“ der Zunge	14
12. Die Quadratskalen A, B und BI	14
13. Die Kubikskala K	15
14. Die pythagoreische Skala P	15
15. Die trigonometrischen Funktionen	16
15.1 Sinus	16
15.2 Kosinus	17
15.3 Sinusskala auf der Zunge	17
15.4 Tangens	17
15.5 Kotangens	17
16. Die Skala ST	18
16.1 Kleine Winkel — Große Winkel	18
16.2 Umrechnung Gradmaß \leftrightarrow Bogenmaß	18
16.3 Die Marken q' und q''	19
17. Trigonometrische Berechnung ebener Dreiecke	19
18. Die Exponentialskalen	21
18.1 Potenzen und Wurzeln mit den Exponenten 10 und 100	21
18.2 Potenzen $y = a^x$	21
18.3 Sonderfälle von $y = a^x$	23
18.4 Potenzen $y = e^x$	24
18.5 Wurzeln $a = \sqrt[x]{y}$	24
18.6 Logarithmen	25
19. Weitere Anwendungen der Exponentialskalen	27
19.1 Proportionsrechnung mit den Exponentialskalen	27
19.2 Hyperbolische Funktionen	29
20. Der Läufer und seine Marken	30
20.1 Die Marke 36	30
20.2 Kreisflächen, Gewicht von Flußstahlstangen	30
20.3 Die Marken kW und PS	30
20.4 Abnehmen des Läufers	30
20.5 Justieren des Läufers	31
21. Der Normzahlen-Maßstab 1364	31
21.1 Aufbau der Normzahlen-Skala	31
21.2 Zweck der NZ-Skala	32
21.3 Logarithmische Maßstäbe	32
21.4 Umrechnungsfaktoren für nichtmetrische Einheiten	32
21.5 Veröffentlichungen über Normzahlen	32

1. Allgemeines

1.1 Handhabung des Rechenstabes

Zum Rechnen wird der Rechenstab am besten in die Hand genommen und so zum Licht gedreht, daß der Läuferstrich keine Schatten werfen kann. Das Einstellen der Zunge erfolgt am genauesten durch Druck und Gegendruck. Mit der einen Hand wird das herausragende Zungenende mit Daumen und Zeigefinger dicht hinter dem Rechenstabkörper umfaßt, so daß durch Bewegen der Finger bei gleichzeitigem Abstützen gegen den Stabkörper Zug und Druckbewegungen möglich sind. Mit der anderen Hand wird die obere Leiste des Rechenstabkörpers so umfaßt, daß die Daumenspitze einen Gegendruck auf das Zungenende ausüben kann.

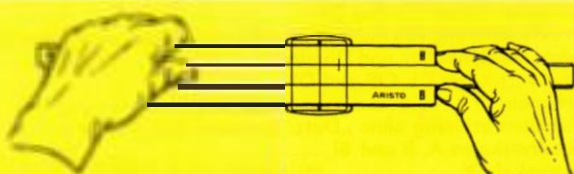


Abb. 1

Das Einstellen des Läufers kann mit einer Hand vorgenommen werden, genauer und schneller aber mit Daumen und Zeigefinger beider Hände. Damit der Läufer nicht verkantet und der Läuferstrich immer senkrecht zu den Teilungen geführt wird, soll die Führungskante des Läufers, die der Läuferfeder gegenüber liegt, leicht gegen die Stabkante gedrückt werden.

1.2 Eigentumsvermerk

Im Etui befindet sich unter dem ARISTO-Normzahlen-Maßstab 1364 ein transparenter Einsatz, der als Fach für den Maßstab dient. Das darunter eingeschobene Kärtchen kann nach Aufbiegen der transparenten Lasche herausgenommen und mit dem Namen beschrieben werden.

1.3 Diagrammdarstellung der Beispiele

Im folgenden soll eine abgekürzte Darstellungsweise der Beispiele angewendet werden, die den Lösungsweg und die Reihenfolge der Einstellungen besser angibt als die übliche Abbildung des Rechenstabes. Die Skalen werden durch parallele Linien angedeutet, an deren Ende die Benennung steht. Folgende Symbole ermöglichen das Lesen der Diagramme:

Anfangseinstellung

Jede weitere Einstellung

Endergebnis

Einstellung oder Ablesung
eines Zwischenergebnisses

Wenden des Rechenstabes

Pfeile geben die Reihenfolge
und Bewegungsrichtung an

Ein senkrechter Strich stellt den Läufer dar

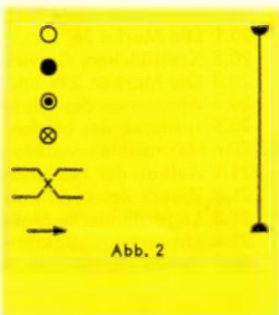


Abb. 2

2. Skalenanordnung

2.1 Winkelseite

ST	Tangens, Sinus- und arc-Skala für Winkel von $0,55^\circ$ bis 6°	\times arc	Auf dem Körper	
T1	Tangensskala für Winkel von $5,5^\circ$ bis 45°	\times tan		
T2	Tangensskala für Winkel von 45° bis $84,5^\circ$	tan		
DF	Um π versetzte Grundskala		Auf der Zunge	
CF	Um π versetzte Grundskala	πx		
CIF	Kehrwertskala zu CF	$1/\pi x$		
S	Sinusskala für Winkel von $5,5$ bis 90°	sin		
CI	Kehrwertskala zu C	$1/x$		
C	Grundskala	x		
D	Grundskala	x		
DI	Kehrwertskala zu D	$1/x$		
P	Pythagoreische Skala	$\sqrt{1-x^2}$		Auf dem Körper
S	Sinusskala von $5,5$ bis 90° rücklaufend von 0° bis $84,5^\circ$ für Kosinus rot beziffert	\times sin \times cos		

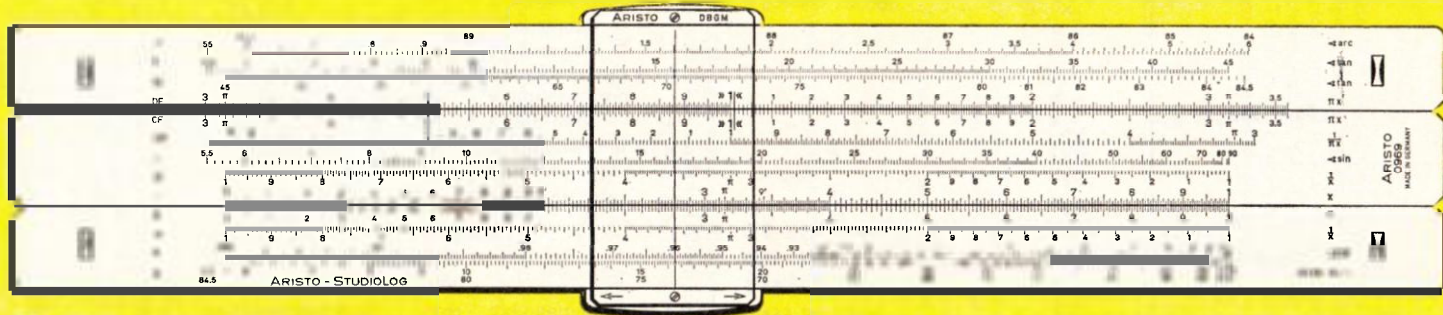


Abb. 3 Winkelseite

2.2 Exponentialseite

LL00	Exponentialskala, Bereich	0,999 bis 0,989	-0,001x	Auf dem Körper
LL01		0,99 bis 0,9	-0,01x	
LL02		0,91 bis 0,35	-0,1x	
LL03		0,4 bis 0,00001		
A	Quadratskala			Auf der Zunge
B	Quadratskala		x	
BI	Kehrwertskala zu B		$1/x^2$	
K	Kubikskala		x^3	
L	Mantissenskala		lg x	
CI	Kehrwertskala zu C		$1/x$	
C	Grundskala		x	Auf dem Körper
D	Grundskala		x	
LL3	Exponentialskala, Bereich	2,5 bis 100000	e^x	
LL2		1,1 bis 3,0	$e^{0,1x}$	
LL1		1,01 bis 1,11	$e^{0,01x}$	
LL0		1,001 bis 1,011	$e^{-0,001x}$	

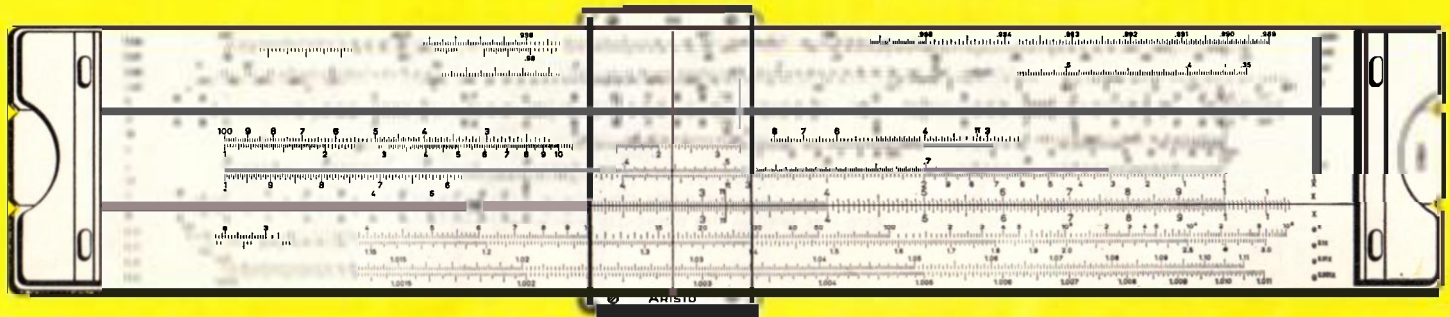


Abb. 4 Exponentialseite

3. Lesen der Skalen

Für den Gebrauch des Rechenstabes ist es wesentlich, die Skalen schnell und sicher abzulesen. Die Abbildungen 5 bis 8 zeigen Ablesebeispiele auf den am meisten benutzten Grundskalen C und D. Die Hauptintervalle sind durch lange Teilstriche mit den Ziffern 1 bis 10 gekennzeichnet (Abb. 5). Die 10 ist auf der Winkelseite wieder als 1 bezeichnet, da dieser Teilstrich als Beginn einer neuen Skala angesehen werden kann, die mit der vorausgehenden identisch ist.



Abb. 5 Die Hauptintervalle

Die Hauptintervalle sind durch lange Striche in zehn Abschnitte geteilt, die nochmals durch kurze Striche unterteilt sind, bis schließlich nur noch Zwischenräume von etwa einem Millimeter übrig bleiben.

Die erste Stelle einer Zahl wird durch die großen Ziffern der Skala leicht gefunden, das Aufsuchen der nächsten Stellen ist in den drei vorkommenden Teilungsbildern unterschiedlich.

Im Bereich der Ziffern 1 bis 2 sind die langen Teilstriche etwas kleiner mit der zweiten Stelle beziffert (Abb. 6).



Abb. 6 Ablesen im Bereich von 1 bis 2

Zwischen den bezifferten Teilstrichen gibt die Zehnerunterteilung die dritte Stelle. Zur Übung der Ablesung wird der Läufer vom Skalenanfang 1 Strich für Strich weitergeschoben und jedesmal abgelesen: 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112 usw.

Der Läuferstrich ist im Vergleich zur Breite des Intervalls so dünn, daß die Mitte zwischen zwei Teilstrichen sicher eingestellt werden kann. Das Auge unterscheidet aber auch kleine Bruchteile eines Intervalls, so daß sich bei einiger Übung die Zehntel des Intervalls als vierte Stelle schätzen lassen. Zur Übung wird der Läuferstrich weiter nach rechts verschoben, zwischen den Teilstrichen 1350 und 1360 wird beispielsweise geschätzt: 1351, 1352, 1353, 1354, 1355 usw. Zwischen einem bezifferten Teilstrich und dem ihm folgenden sind die Nullen zu beachten, besonders am Beginn der Skala, z. B. 1000, 1001, 1002, 1003 usw. (vgl. 1007 in Abb. 6).

Es ist ratsam, nur Ziffernfolgen ohne Komma abzulesen und die Ziffern einzeln zu sprechen, z. B. Eins-Drei-Vier, nicht aber einhundertvierunddreißig. Das hat den Vorteil, daß keine Ziffern vertauscht oder ausgelassen werden.



Abb. 7 Ablesen im Bereich von 2 bis 4

Da die Teilungsintervalle links von der Ziffer 2 bereits sehr eng werden, ist in dem daran anschließenden Bereich zwischen den Ziffern 2 und 4 nur noch jeder zweite Teilstrich eingraviert; daraus ergibt sich ein neues Teilungsbild, bei dem von Strich zu Strich nur noch die geraden Werte der dritten Stelle abgezählt

werden: 200, 202, 204, 206, 208, 210, 212, 214 usw. Die Mitten der Intervalle geben die ungeraden Werte an: 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213 usw. Abb. 7 zeigt einige Ablesebeispiele.



Abb. 8 Ablesen im Bereich von 4 bis 10

Im Bereich der von 4 bis 10 bezifferten Teilstriche wird die zweite Stelle wieder an den langen Teilstrichen abgezählt. Die kurzen Teilstriche geben jeweils die 5 der dritten Stelle, so daß die Ablesefolge in diesem Bereich 500, 505, 510, 515 usw. lautet. Alle anderen Werte der dritten Stelle werden zwischen den Teilstrichen geschätzt.

In der Mitte zwischen 400 und 405 liegt der Wert 4025, etwas links davon 402, etwas rechts 403. Entsprechend gibt die Mitte des nächsten Intervalls den Wert 4075 an. Abb. 8 zeigt eine Reihe von Einstellungen.

4. Überschlagsrechnung

Auf dem Rechenstab werden ausschließlich Ziffernfolgen eingestellt und abgelesen. Erst mit einer groben Überschlagsrechnung wird die richtige Komma-stellung im Rechenergebnis festgelegt und damit gleichzeitig eine Kontrolle für die erste Ziffer der Stabrechnung durchgeführt.

Einige Regeln für Überschlagsrechnungen:

Zahlenwerte stark abrunden!

z. B. $3,43 \approx 3$ $9,51 \approx 10$ $7,61 \approx 8$ $0,76 \approx 1$

Bei Multiplikationen den einen Faktor aufrunden, den anderen abrunden!

z. B. $8,92 \cdot 127 \approx 10 \cdot 120 \approx 1200$
 $2,19 \cdot 9830 \approx 2 \cdot 10000 \approx 20000$

Divisionen durch Kürzen vereinfachen!

Zähler und Nenner möglichst in der gleichen Richtung abrunden, aber bequemes Kürzen hat Vorrang. Die Regeln für das Runden von Zahlen nach Normblatt DIN 1333 sind für die Überschlagsrechnung bedeutungslos.

z. B. $\frac{725}{539} \approx \frac{7,25}{5,39} \approx \frac{7}{5} \approx 1,4$
 $\frac{640 \cdot 15,3}{51 \cdot 0,8} \approx \frac{60 \cdot 20}{5 \cdot 1} \approx 240$

Das Abspalten von Zehnerpotenzen erleichtert das Rechnen mit sehr großen oder sehr kleinen Zahlenwerten.

z. B. $73215 \approx 7 \cdot 10^4$ $0,0078 \approx 8 \cdot 10^{-3}$
 $889 \approx 9 \cdot 10^2$ $0,706 \approx 7 \cdot 10^{-1}$

Beim Multiplizieren bzw. Dividieren mit sehr großen und sehr kleinen Zahlenwerten gewährleistet das Abspalten von Zehnerpotenzen eine bessere Übersichtlichkeit!

z. B. $0,07325 \cdot 0,000513 \sim 8 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \approx 40 \cdot 10^{-6} \approx 4 \cdot 10^{-5}$
 $\frac{2950}{0,00598} \approx \frac{3 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-3}} \sim 0,5 \cdot 10^6$

Aber $\frac{2950}{598} \approx \frac{3000}{600} \approx \frac{30}{6} = 5$ und $7325 \cdot 0,005 \approx 7 \cdot 5 = 35$

5. Rechenprinzip

Gerechnet wird derart, daß Strecken mechanisch addiert oder subtrahiert werden. Auf einfachste Weise kann die Rechenmethode an Hand zweier gegeneinander verschiebbarer Millimeter-Maßstäbe erklärt werden.

Abb. 9 zeigt das Beispiel $2 + 3 = 5$. Wenn der Anfang 0 des oberen Maßstabes über den Wert 2 des unteren Maßstabes gelegt wird, kann zu dieser eingestellten Strecke 2 mit Hilfe der oberen Skala beispielsweise die Strecke 3 addiert werden. Unter der 3 des oberen Maßstabes steht das Ergebnis 5 in dem unteren Maßstab. In der Abb. 9 könnte ebenfalls abgelesen werden $2 + 1 = 3$ oder $20 + 15 = 35$, wenn die Millimeter abgezählt werden.

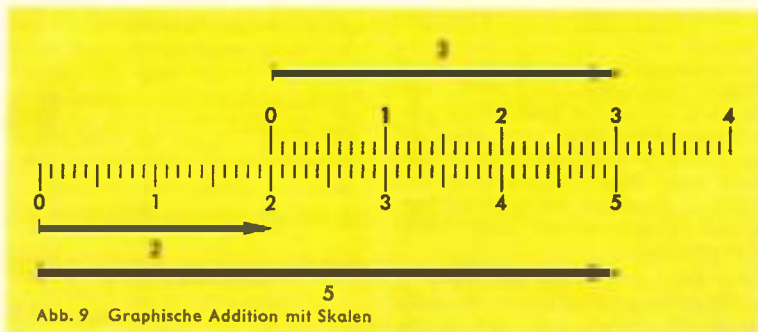


Abb. 9 Graphische Addition mit Skalen

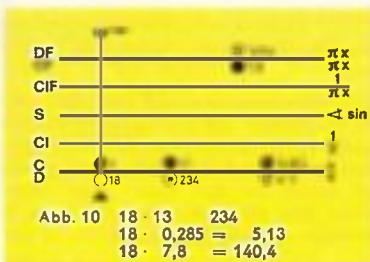
Auch die Subtraktion $5 - 3 = 2$ läßt sich aus der Abb. 9 ablesen, der Vorgang wird dann nur umgekehrt. Von der Strecke 5 der unteren Skala wird die Strecke 3 der oberen Skala abgezogen, dazu werden die Werte 5 und 3 übereinandergestellt und unter dem Anfang der oberen Skala steht das Ergebnis 2 in der unteren Skala.

Beim Rechenstab befinden sich die Teilungen auf einem festen Körper und auf einer darin verschiebbaren Zunge. Die Eigenart des Rechenstabes besteht darin, daß logarithmisch geteilte Skalen aufgetragen sind. Die graphische Addition zweier Strecken ergibt damit eine Multiplikation, und die Subtraktion wird zur Division.

6. Multiplikation

(Zwei Strecken werden addiert)

Der Zungenanfang 1 der Skala C wird über den Wert 18 von D gestellt. Durch Verschieben des Läufers zum Wert 13 der Skala C wird die Strecke 13 zur Strecke 18 addiert, und das Ergebnis 234 kann unter dem Läuferstrich auf Skala D abgelesen werden. Aus einer groben Überschlagsrechnung etwa ($20 \cdot 10 = 200$) ergibt sich die Kommastellung.



Zum Ablesen der Aufgabe $18 \cdot 7,8$ wird die Zunge durchgeschoben, d. h. das Skalenende der Skala C über 18 in D gestellt. Beim ARISTO-StudioLog läßt sich diese zusätzliche Zungeneinstellung aber vermeiden, wenn man mit dem oberen Skalenpaar CF/DF weiterrechnet.

Die Skalen CF und DF ermöglichen diese vereinfachte Rechnung, weil sie eine Wiederholung der Grundskalen C und D mit dem Unterschied sind, daß ihr Skalenanfang 1 ungefähr in der Mitte des Rechenstabes liegt. Wenn sich z. B. im unteren Skalenpaar die Werte 1 auf Skala C und 18 auf Skala D gegenüberstehen, so ist beim oberen Skalenpaar die gleiche Einstellung ablesbar, nämlich 1 auf Skala CF unter 18 auf Skala DF und folglich kann in beiden Skalenpaaren mit dem Faktor 18 multipliziert werden. Die Aufgabe $18 \cdot 7,8$ wird mit den Skalen CF/DF gerechnet, indem der Läuferstrich auf 7,8 in Skala CF gebracht und in Skala DF 140,4 abgelesen wird.

7. Division

(Subtraktion zweier Strecken, Umkehrung der Multiplikation)

Der Läuferstrich wird über den Wert 2620 in D gestellt und die Zahl 17,7 der Skala C unter den Läuferstrich geschoben, so daß beide Werte einander gegenüber stehen. Das Ergebnis 148 wird unter dem Zungenanfang der Skala C abgelesen, bei anderen Beispielen gegebenenfalls unter dem Zungenende.

Über der 1 in CF kann das Ergebnis auf der Skala DF natürlich ebenfalls abgelesen werden, weil auch in den Skalen CF/DF die Aufgabe $2620 : 17,7$ eingestellt ist.

Dieselbe Zungeneinstellung gilt aber auch für die Multiplikation $148 \cdot 17,7 = 2620$. Der Unterschied zwischen der Multiplikation und Division besteht nur in der Reihenfolge der Einstellungen. Bei der Division wird das Ergebnis jeweils gegenüber dem im Körper befindlichen Skalenanfang oder -ende abgelesen, ein Durchschieben gibt es nicht. Dieser Vorteil wird in den folgenden Kapiteln wiederholt ausgenutzt werden.



Abb. 11 $2620 : 17,7 = 148$
Überschlag $3000 : 20 = 150$

8. Die versetzten Skalen CF und DF

Die Skalen CF und DF sind eine Wiederholung der Grundskalen C und D, gegen diese aber so versetzt, daß $\pi = 3,142$ in CF bzw. DF genau über dem Skalenanfang oder -ende der Grundskalen C bzw. D steht. Ihr Wert 1 liegt etwa in der Rechenstabmitte, so daß mit den versetzten Skalen eine Überteilung der Grundskalen von einer halben Stablänge erzielt wird. Beide Skalenpaare C/D und CF/DF bilden somit eine Arbeitsgemeinschaft, aus der erhebliche Rechenvorteile beim Multiplizieren, Tabellenrechnen und bei Proportionsrechnungen resultieren.

Der Index 1 der Skala CF zeigt stets auf den gleichen Wert von DF wie die 1 oder 10 der Skala C auf D. Die bisher ausgeführten Multiplikationen können auch mit dem oberen Skalenpaar CF/DF begonnen werden, und zwar mit dem Vorteil, daß automatisch die richtige Anfangseinstellung gewählt wird. Die Entscheidung, ob besser mit dem linken oder rechten Skalenende begonnen wird, entfällt. Wird eine Division mit den oberen Skalen eingestellt, so stehen Zähler und Nenner auf dem Rechenstab wie in der Bruchschreibweise übereinander.

Kann das Ergebnis einer Aufgabe in dem einen Skalenpaar nicht mehr abgelesen werden, so ist die Ablesung stets im anderen möglich, ein Durchschieben der Zunge gibt es nicht. Die gelben Farbstreifen auf der Zunge sollen daran erinnern, daß die Faktoren auf den beweglichen Zungenskalen C und CF eingestellt werden und das Ergebnis auf D unter C oder auf DF über CF abgelesen wird.

8.1 Direkte Ablesung von Multiplikationen und Divisionen mit der Zahl π

Da die Skalen CF und DF um den Wert π versetzt sind, ergibt sich der weitere Vorteil, daß beim Übergang von D nach DF bzw. C nach CF eine Multiplikation und in der umgekehrten Richtung eine Division mit π ausgeführt wird. Wenn z. B. der Durchmesser d auf Skala D mit dem Läuferstrich eingestellt wird, kann darüber auf der Skala DF der Kreisumfang $U = \pi d$ abgelesen werden. Ähnlich berechnet man die Kreisfrequenz $\omega = 2 \pi f$, wenn $2 f$ in D eingestellt wird.

Bei allen Aufgaben, die den Faktor π enthalten, wird dieser bei der letzten Ablesung durch einen Übergang zu den versetzten Skalen berücksichtigt. Eine Zusammenstellung aller Rechnungen mit dem Faktor π , die mit einer LäuferEinstellung möglich sind, zeigt die Abb. 12. Berechnungen mit dem Faktor 360 vergleiche Kap. 20.1.

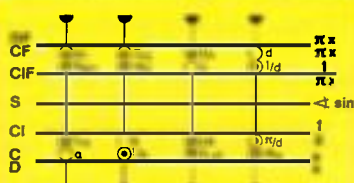


Abb. 12 Rechnen mit π

9. Vereinigte Multiplikation und Division

Bei Rechnungen mit Ausdrücken der Form $\frac{a \cdot b}{c}$ gilt der Grundsatz:

Zuerst dividieren, dann multiplizieren. Nach der Division $345 : 132$ in Abb. 13 braucht das Zwischenergebnis 2,61 nicht abgelesen zu werden, denn der Rechenstab ist bereits für die anschließende Multiplikation eingestellt. Der Läufer wird zum Wert 22 der Skala C verschoben, darunter steht dann das Ergebnis 57,5 in Skala D.



Abb. 13
Überschlag
 $345 \cdot 22 = 57,5$
 $132 \cdot 20 = 60$

Wird dieses Beispiel durch einen im Nenner stehenden Faktor 19,5 erweitert,

$$\frac{345 \cdot 22}{132 \cdot 19,5} = 2,95$$

kann anschließend an die Lösung in Abb. 13 dividiert werden, indem der Wert 19,5 der Skala C unter den Läuferstrich gebracht wird, so daß 57,5 durch 19,5 geteilt wird. Stehen bei derartigen Aufgaben weitere Faktoren im Zähler und im Nenner, wird einfach abwechselnd dividiert und multipliziert. Die rhythmische Abwechslung von Zungen- und LäuferEinstellungen sorgt für einen gleichbleibenden Fluß der Rechnung mit einem Minimum an Einstellungen.

Es kann bei derartigen Aufgaben vorkommen, daß die Zunge nach der Division zu weit aus dem Rechenstab herausragt und die Zunge vor der Multiplikation durchgeschoben werden muß. Durch die richtige Wahl der Divisionseinstellung mit C/D oder CF/DF bzw. durch Vertauschen der Faktoren läßt sich dieser Sonderfall oft vermeiden.

10. Die Kehrwertskalen CI, CIF und DI

Die Skala CI ist genauso unterteilt wie die Grundskalen C und D, sie verläuft in der umgekehrten Richtung von rechts nach links und ist zur Vermeidung von Ablesefehlern rot beziffert.

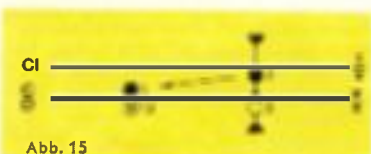
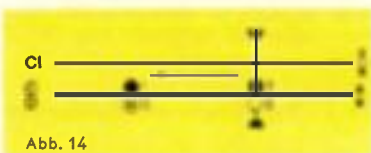
Wird der Läufer auf irgendeinen Wert x in Skala C gestellt, kann sein Kehrwert $1/x$ in CI abgelesen werden, wie die Skalenbezeichnung am rechten Rand anzeigt. Über 5 in C steht $1/5 = 0,2$ in CI. Wichtig ist, daß die Kehrwertbildung auch für die umgekehrte Richtung gilt, nämlich beim Übergang von CI nach C; z. B. steht unter 4 in CI der Wert $1/4 = 0,25$ in C.

Ein nur gelegentliches Ablesen von Kehrwerten würde das Vorhandensein der Skala CI nicht rechtfertigen. Ihr Hauptwert liegt darin, daß sie viel unnötige Einstellarbeit bei zusammengesetzten Aufgaben erspart.

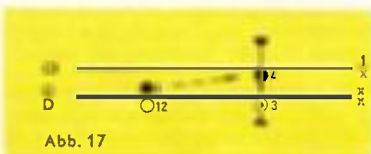
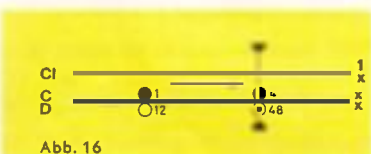
$$\frac{4}{3} \text{ kann auch } 4 \cdot \frac{1}{3} \text{ geschrieben werden und } 4 \cdot 5 \text{ ist das gleiche wie } \frac{4}{0,5}$$

Diese Schreibweise ist zwar ungewohnt, hat aber für das Stabrechnen den Vorteil, daß eine Division in eine Multiplikation und umgekehrt eine Multiplikation in eine Division umgewandelt wird. Ein „Spiel“ mit einfachen Zahlen wird uns den Wert dieser Umformung am besten zeigen:

1. Bringen wir den Läufer über 6 in D und schieben 2 in C unter den Läuferstrich, dann haben wir die übliche Division $6 : 2 = 3$ (Abb. 14). Lassen wir aber den Läufer stehen und bringen durch Verschieben der Zunge die 2 der Skala CI darunter, so erhalten wir die Multiplikation $6 \cdot 2$, wobei wir das Ergebnis 12 wie bei einer Division unter der Zungeneins ablesen (Abb. 15). In Wirklichkeit haben wir $6 : 0,5$ ausgerechnet, weil mit der 2 in CI gleichzeitig der Kehrwert 0,5 in C unter den Läuferstrich gebracht wurde.



2. Lassen wir jetzt die Eins der Skala C über 12 in D stehen und bringen den Läufer auf 4 in C, dann erhalten wir die übliche Multiplikation $12 \cdot 4 = 48$ (Abb. 16). Verschieben wir aber den Läufer nach 4 in CI, so lesen wir das Ergebnis der Division $12 : 4 = 3$ in D ab (Abb. 17). Mit anderen Worten: Da unter 4 in CI der Kehrwert $1/4 = 0,25$ in C steht, ist in Wirklichkeit $12 \cdot 0,25 = 3$ gerechnet worden.



Es gibt für die Multiplikation und Division also je zwei Einstellmöglichkeiten, von denen sich der geübte Rechner jeweils die bessere aussucht, um bei zusammengesetzten Aufgaben eine abwechselnde Division und Multiplikation zu erhalten.

Die bisher zwischen den Skalen C und CI geschilderten Beziehungen gelten in gleicher Weise auch für die Skalen CF und CIF. Um das einzusehen, ist es nützlich, dasselbe „Zahlenspiel“ mit der Skalengruppe CF/DF/CIF zu wiederholen.

Wer die vorhergehenden Kapitel aufmerksam studiert hat, wird jetzt erkennen, daß die Skala CIF die folgerichtige Ergänzung des Skalensystems ist. Und wer die Vorteile der versetzten Skalen richtig ausnutzt, braucht die Skala CIF mindestens genau so oft wie die Skala CI.

Ausdrücke der Form $a \cdot b \cdot c$ oder

$\frac{a}{b \cdot c \cdot d}$ usw. werden durch abwechselnde Multiplikation und Division wie die Aufgaben der vereinigten Multiplikation und Division (Kap. 9) gelöst. Während der Rechnung kann von der Skalengruppe C, D und CI zur Skalengruppe CF, DF und CIF übergegangen werden, um bei der Multiplikation das Durchschieben der Zunge zu vermeiden.

Im Beispiel der Abb. 18 werden 185 auf Skala D und 6 auf Skala CI wie bei einer Division gegenübergestellt und die Multiplikation mit 0,95 auf der oberen Skala CF vorgenommen. Das Ergebnis 1054 erscheint darüber in der Skala DF.

Die Kehrwertskala DI bringt dem geübten Stabrechner Vorteile, wenn gelegentlich bei einem Rechenvorgang die Funktionen der Körperskalen und Zungenskalen vertauscht werden, z. B. beim Rechnen mit Proportionen.

11. Proportionen

Proportionen der Form $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ sind mit dem Rechenstab besonders einfach und übersichtlich zu rechnen, weil mit der Einstellung eines Verhältnisses alle weiteren Relationen durch Verschieben des Läufers abgelesen werden. Die Trennungslinie zwischen der Körper- und Zungenskala bildet dabei gleichsam den Bruchstrich. Daher sollte diese Rechnungsart allgemein bevorzugt werden.

Beispiel: 9,5 kg einer Ware kosten DM 6,30, wieviel kosten 8,4 kg?

Das Verhältnis der Gewichte und Preise wird als Proportion aufgestellt. Mit der Gegenüberstellung des gegebenen Gewichtes 9,5 in Skala DF und des Preises 6,30 in Skala CF stehen sich in den Skalen CF/DF und C/D alle Gewichte und Preise gegenüber, deren Verhältnis (Quotient) gleich dem eingestellten ist. In DF und D stehen laut der ersten Einstellung alle Gewichte, in Skala CF und C die dazugehörigen Preise. Gegenüber dem Gewicht 8,4 wird demzufolge der Preis 5,57 abgelesen. Weitere Gewicht-Preis-Relationen sind in der Abbildung eingezeichnet.

10,6 kg kosten DM 7,03 (in Skala CF/DF)

3,8 kg kosten DM 2,52 (in Skala C/D)

2,8 kg kosten DM 1,86 (in Skala C/D)

1 kg kostet DM 0,66 (in Skala C/D)

Die Proportion kann also beliebig fortgesetzt werden:

$$\frac{\text{kg}}{\text{DM}} = \frac{9,5}{6,3} = \frac{8,4}{5,57} = \frac{10,6}{7,03} = \frac{3,8}{2,52} = \frac{2,8}{1,86} = \frac{1}{0,66} \dots$$

Die Rechnung mit Proportionen erfolgt weitgehend unabhängig von den bisherigen Regeln. Es ist gleichgültig, wo und wie sich kg und DM gegenüberstellen, entscheidend ist, daß die Gewichte dort aufgesucht werden, wo das erste Gewicht eingestellt wurde und daß die Preise entsprechend auf der gegenüberliegenden Skala abgelesen werden.

Dieses Prinzip der direkten Proportion $a : b = c : d$ mit der Aussage je mehr-desto mehr gilt auch für die indirekten Proportionen je mehr-desto weniger bzw. je weniger-desto mehr, die zur Produktgleichheit $a \cdot b = c \cdot d$ führen und mit Hilfe der Kehrwertskalen gelöst werden. (Vergl. Kap. 10). Schließlich gilt dieses Prinzip auch für die gemischten Proportionen $a \cdot b = c : d$ und $a : b = c \cdot d$.



Abb. 18 $185 \cdot 0,95 = 1054$
Überschlag $200 \cdot 1 = 1200$

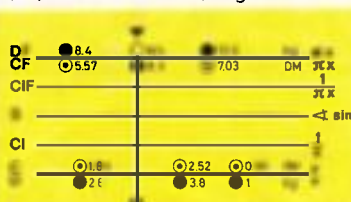


Abb. 19 Proportionen

11.1 Tabellenrechnung ohne „Durchschieben“ der Zunge

$$y = 29x$$

x	1,7	3,45	5,0	10
y	49,3	100	145	290

Für $x = 5$ kann ohne Durchschieben der Zunge auf dem oberen Skalenspaar CF und DF abgelesen werden.



Abb. 20

$$y = \frac{28,2}{x} = 28,2 \cdot \frac{1}{x}$$

x	7,43	2,92	1,567
y	3,795	9,66	18,0



Abb. 21

$$y = \frac{1}{18,2} = \frac{1}{18,2} \cdot x$$

x	3,17	112,1
y	0,1742	6,16



Abb. 22

12. Die Quadratskalen A, B und BI

Wie die Skalen C und D sind auch die Skalen A und B zwei identische Skalen mit dem Unterschied, daß in ihnen zwei auf die Hälfte verkleinerte Grundskalen aneinandergereiht sind. Skala BI ist die Kehrwertskala zu B. Mit diesen drei Skalen können demzufolge alle bisher besprochenen Aufgaben in gleicher Weise gelöst werden, allerdings mit etwas geringerer Genauigkeit, weil für ihre Unterteilung nur die halbe Rechenstablänge zur Verfügung steht. Die nebeneinander angeordneten Skalen haben den Vorteil, daß ein Durchschieben der Zunge grundsätzlich nicht vorkommt.

Das Teilungsbild der Skala A ist anders aufgebaut als das der Skala D. Es kommen die gleichen drei Arten der Unterteilung vor, jedoch in anderer Reihenfolge.

Die größere Bedeutung der Quadratskalen liegt darin, daß beim Übergang von D nach A, von C nach B und von CI nach BI Quadrate abgelesen und in der umgekehrten Richtung Quadratwurzeln gezogen werden können.

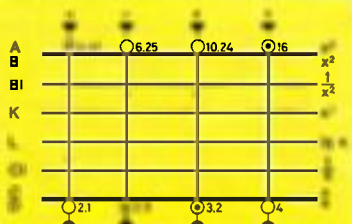


Abb. 23 a) $2,1^2 = 4,41$ b) $4^2 = 16$
c) $\sqrt{6,25} = 2,5$
d) $\sqrt{10,24} = 3,2$ (Einstellung im rechten Bereich)

Beim Rechnen mit den Quadratskalen ist es vorteilhaft, Zehnerpotenzen abzuspalten, um die Kommastellung bzw. die Einstellung im richtigen Bereich sicherzustellen. Es kommt immer darauf an, Zahlenwerte zu erhalten, deren Quadrate oder Quadratwurzeln leicht zu übersehen sind. Das geschieht am besten, indem wir uns die Bezifferung der Skalen zunutze machen und in D nur Werte von 1 bis 10, bzw. in A von 1 bis 100 einstellen. Deshalb werden alle anderen Zahlen auf solche Werte reduziert.

In den folgenden Beispielen führt die Abspaltung von Zehnerpotenzen zu den in Abb. 23 gezeigten Einstellungen.

$$a) 21^2 = (2,1 \cdot 10)^2 = 2,1^2 \cdot 100 = 441$$

$$c) 0,025^2 = \left(\frac{2,5}{100}\right)^2 = \frac{6,25}{10000} = 0,000625$$

$$d) \sqrt{1024} = \sqrt{10,24 \cdot 100} = 3,2 \cdot 10 = 32$$

$$\sqrt{0,1024} = \sqrt{\frac{10,24}{100}} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10,24} = \frac{3,2}{10} = 0,32$$

13. Die Kubikskala K

In der Skala K sind drei gleichlange Skalenabschnitte nebeneinander angeordnet, deren jeder daher nur den dritten Teil der Skalenlänge von D hat. Zu jedem in D eingestellten Wert zwischen 1 und 10 kann demzufolge in Skala K der entsprechende Kubikwert zwischen 1 und 1000 abgelesen werden. In der umgekehrten Richtung wird zu jedem in K eingestellten Wert die Kubikwurzel in D gefunden. Zur Ermittlung der Kommastellung oder zum richtigen Einstellen des Radikanden in Skala K ist es wieder zweckmäßig, Zehnerpotenzen abzuspalten.

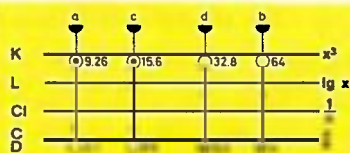


Abb. 24 a) $2,1^3 = 9,26$ b) $\sqrt[3]{64} = 4$

$$c) 2,5^3 = 15,6 \quad d) \sqrt[3]{32,8} = 3,2$$

Auch die folgenden Beispiele lassen sich in Abb. 24 ablesen:

$$a) 21^3 = (2,1 \cdot 10)^3 = 9,26 \cdot 1000 = 9260$$

$$b) 0,4^3 = \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{64}{1000} = 0,064$$

$$d) \sqrt[3]{0,0328} = \sqrt[3]{\frac{32,8}{1000}} = \frac{3,2}{10} = 0,32$$

14. Die pythagoreische Skala P

In einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenuse 1 gilt nach dem Satz des Pythagoras die Beziehung

$$x^2 + y^2 = 1$$

Zu jeder Einstellung x auf der Grundskala D wird auf der Skala P der Wert $y = \sqrt{1 - x^2}$ abgelesen. Umgekehrt gilt auch $x = \sqrt{1 - y^2}$. Im Bei-

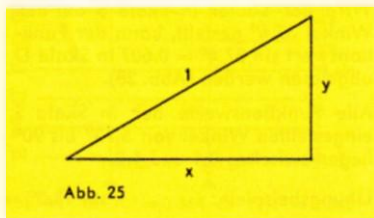
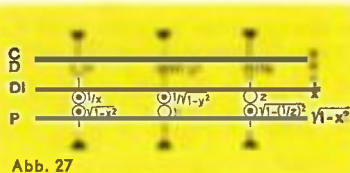
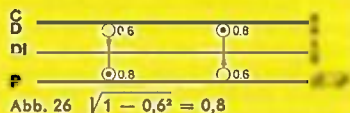


Abb. 25

spiel der Abb. 26 ist ersichtlich, daß 0,6 sowohl in Skala D als auch in Skala P eingestellt werden kann, das Ergebnis 0,8 steht immer in der entsprechenden Nachbarskala. Man wählt jeweils die für die Genauigkeit günstigste Ablesart. Im Beispiel

$\sqrt{1 - 0,15^2} = 0,9887$ wird 0,15 auf Skala D eingestellt. Diese Beziehung ist wertvoll für die Umrechnung $\sin \leftrightarrow \cos$ nach der Gleichung $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Wird auch die Skala DI hinzugezogen, ergeben sich die in Abb. 27 angegebenen Wechselbeziehungen.



Zur genaueren Ausrechnung von Quadratwurzeln bildet man z. B.

$$\sqrt{0,91} = \sqrt{1 - 0,09} = 0,9540$$

0,09 wird im linken Teil der Skala A eingestellt, dann steht $\sqrt{0,09} = 0,3$ in D und der Wert $\sqrt{1 - 0,3^2} = 0,9540$ in P. Eine Genauigkeitssteigerung ist bis herab zu ca. $\sqrt{0,65}$ gewährleistet. Diese Rechnung ist immer dann zweckmäßig, wenn der Radikand ein wenig kleiner als 0,01; 1; 100 usw. ist.

15. Die trigonometrischen Funktionen

Die Skalen S, T1 und T2 werden in Verbindung mit der Grundskala D zur Ermittlung der trigonometrischen Funktionswerte Sinus bzw. Tangens benutzt. Wird ein Winkel mit dem Läufer in der Skala S, T1 und T2 eingestellt, dann steht unter dem Läuferstrich in Skala D der Wert der entsprechenden trigonometrischen Funktion. Umgekehrt kann zu einem in Skala D eingestellten Funktionswert der zugehörige Winkel in den Skalen S, T1 oder T2 abgelesen werden. Die Winkelbezeichnung der dezimal unterteilten Skalen S, T1 und T2 gilt nur für die angeschriebenen Gradwerte.

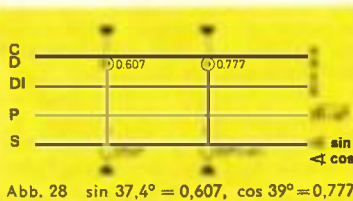
Der Rechenstab gibt nur die Funktionswerte für Winkel im ersten Quadranten. Zur Reduktion beliebiger Winkel auf den ersten Quadranten sind die Beziehungen der Winkelfunktionen in einer Tabelle zusammengestellt.

	$\pm \alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$
sin	$\pm \sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$+\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
cos	$+\cos \alpha$	$+\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
tan	$+\tan \alpha$	$+\cot \alpha$	$+\tan \alpha$	$+\cot \alpha$
cot	$\pm \cot \alpha$	$+\tan \alpha$	$+\cot \alpha$	$+\tan \alpha$

15.1 Sinus

Wird der Läufer in Skala S auf den Winkel $37,4^\circ$ gestellt, kann der Funktionswert $\sin 37,4^\circ = 0,607$ in Skala D abgelesen werden (Abb. 28).

Alle Funktionswerte der in Skala S eingestellten Winkel von $5,73^\circ$ bis 90° liegen zwischen 0,1 und 1,0.



Übungsbeispiele:

$$\sin 18,3^\circ = 0,314$$

$$\sin 59^\circ = 0,857$$

15.2 Kosinus

Der Kosinus eines Winkels ist gleich dem Sinus des Komplementwinkels.

$$\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$$

Deshalb ist die Sinusskala auch eine Kosinusskala für Winkel, die mit Hilfe der rückläufigen roten Bezifferung eingestellt werden. Abb. 28 zeigt die Einstellung $\cos 39^\circ = 0,777$, die mit $\sin (90^\circ - 39^\circ) = \sin 51^\circ$ identisch ist.

Übungsbeispiele: $\cos 18,3^\circ = 0,949$ $\cos 59^\circ = 0,515$

15.3 Sinusskala auf der Zunge

Die Sinusskala steht bei diesem Rechenstab als Zungen- und Körperskala zur Verfügung. Je nach der Aufgabenstellung ist die feste oder bewegliche Sinusskala vorteilhafter. Bei der Multiplikation oder Division mehrerer Funktionswerte, z. B. in der sphärischen Trigonometrie, sind beide Sinusskalen vorteilhaft.

Auch für Aufgaben $\frac{a}{\sin \alpha}$ und $\frac{b}{\cos \beta}$ oder für die Anwendung des Brechungsgesetzes der Optik in der Form $\frac{n}{n'} = \frac{\sin i}{\sin r}$ bietet die Skala S auf der Zunge Vorteile.

15.4 Tangens

Die Tangensskala ist zweiteilig, T1 reicht von $5,71^\circ$ bis 45° und T2 von 45° bis $84,29^\circ$. Zu den in Skala T1 eingestellten Winkeln werden in Skala D die Funktionswerte 0,1 bis 1, zu den in Skala T2 eingestellten Winkeln die Funktionswerte 1 bis 10 abgelesen.

Abb. 29 zeigt die Einstellung für $\tan 19,4^\circ$ in Skala T1 und $\tan 70^\circ$ in Skala T2.

Übungsbeispiele:

- a) $\tan 23,6^\circ = 0,437$
- b) $\tan 41,1^\circ = 0,872$
- c) $\tan 51,2^\circ = 1,244$
- d) $\tan 73,4^\circ = 3,35$

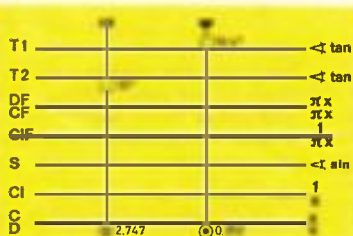


Abb. 29 $\tan 70^\circ = 2,747$ $\tan 19,4^\circ = 0,352$

15.5 Kotangens

Der Kotangens ist der Kehrwert des Tangens; deshalb kann der Kotangens zu jedem in Skala T1 oder T2 eingestellten Winkel in der Kehrwertskala DI abgelesen werden.

Übungsbeispiele:

- cot $23,6^\circ = 2,289$
- cot $41,1^\circ = 1,146$
- cot $51,2^\circ = 0,804$
- cot $73,4^\circ = 0,298$

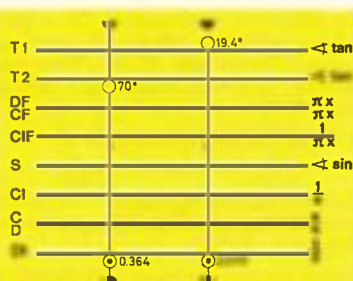


Abb. 30 $\cot 70^\circ = 0,364$ $\cot 19,4^\circ = 2,840$

16. Die Skala ST

Diese Skala ist eine Fortsetzung der Skalen S und T für Winkel, deren Funktionswerte zwischen 0,01 und 0,1 auf Skala D abgelesen werden. Sie erfüllt aber gleichzeitig die wichtige Aufgabe der Umrechnung vom Gradmaß ins Bogenmaß beim Übergang zur Skala D.

16.1 Kleine Winkel — Große Winkel

Wenn $\sin \alpha$ und $\tan \alpha < 5,5^\circ$, sowie $\cos \alpha$ und $\cot \alpha$ für $\alpha > 84,5^\circ$ abgelesen werden sollen, gilt die Näherung

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \cos (90^\circ - \alpha) \approx \cot (90^\circ - \alpha) \approx \frac{\pi}{180} \alpha^\circ = 0,01745 \alpha^\circ$$

Die Skala ST ist von $0,55^\circ$ bis 6° beziffert und im Bogenmaß geteilt. Zu einem darauf eingestellten Winkel wird in Skala D die Bogenlänge abgelesen, die zugleich ein Näherungswert für den Sinus und Tangens ist. Die rückläufige rote Bezifferung der ST-Skala von 84° bis $89,45^\circ$ gilt für die entsprechenden Kosinus- und Kotangenswerte.

Die Übereinstimmung zwischen $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ und $\text{arc } \alpha$ ist bis 4° sehr gut, bei größeren Winkeln rechnet man genauer

$$\sin \alpha \approx \alpha \cdot \frac{\sin 6^\circ}{6} \quad \text{bzw.} \quad \tan \alpha \approx \alpha \cdot \frac{\tan 6^\circ}{6}$$

Die Werte $\cos \alpha$ für $\alpha < 5,7^\circ$ und $\sin \alpha$ für $\alpha > 84,3^\circ$ können nur ungenau vom Rechenstab abgelesen werden. Hier hilft als Näherung der Anfang einer Reihenentwicklung:

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad (\text{in rad})$$

$$\text{Beispiel: } \cos 1,5^\circ = 1 - \frac{0,0262^2}{2} = 0,999657$$

Zum Berechnen des zweiten Gliedes der Reihenentwicklung wird der Winkel $1,5$ in Skala ST mit dem Läufer eingestellt. In Skala D steht der Winkelwert im Bogenmaß und in Skala A sein Quadrat $0,000686$. Zum Dividieren wird die 2 in Skala B unter den Läuferstrich gebracht und das Ergebnis $0,000343$ in Skala A abgelesen.

16.2 Die Umrechnung Gradmaß \leftrightarrow Bogenmaß

Die Umrechnung vom Gradmaß ins Bogenmaß erfolgt mit einer LäuferEinstellung beim Übergang von ST nach D, weil die Skala ST eine um $\frac{\pi}{180}$ gegen

D versetzte Grundskala ist. In der umgekehrten Richtung wird ein Bogenmaß ins Gradmaß umgerechnet. Diese Rechnung gilt nicht nur für die auf der Skala ST angegebenen Winkel, sondern auf Grund der dezimalen Gradeinteilung gleichzeitig für alle Winkel, denn die 1 kann auch als $0,1^\circ$, 10° usw. gelesen werden, und dementsprechend verschiebt sich nur die Kommastelle im Bogenmaß.

$$\begin{array}{ll} \text{z. B. a) } 0,1^\circ = 0,001745 \text{ rad} & \text{b) } 10^\circ = 0,1745 \text{ rad} \\ \text{c) } 5^\circ = 0,08725 \text{ rad} & \text{d) } 0,5^\circ = 0,008725 \text{ rad} \end{array}$$

Sind die kleinen Winkel in Minuten oder Sekunden angegeben, werden diese in Dezimalwerte eines Grades umgewandelt: $1' = 1/60^\circ$ und $1'' = 1/3600^\circ$ (s. auch Ziff. 16.3 und 20.1).

Durch Einstellung der 6 oder 36 von Skala CF unter 1° in Skala ST erhält man eine vorteilhafte Tabellenstellung für derartige Umrechnungen.

16.3 Die Marken ρ' und ρ''

Die Marken ρ' und ρ'' in der Zungenskala C vereinfachen die Umrechnung, wenn die kleinen Winkel in Minuten oder Sekunden gegeben sind. Ihre Bedeutung ist:

$$\rho' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 = 3438 \quad \rho'' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206265$$

Damit genügt eine Division zur Umrechnung:

$$\text{arc } x = \frac{x'}{\rho'} = \frac{x''}{\rho''}$$

z. B. $\text{arc } 22' = \frac{22'}{\rho'} = 0,00640 \text{ rad}$

Bei Benutzung dieser ρ -Marken wird das Rechnen mit kleinen Winkeln oder Bögen für beliebige Radien sehr bequem.

$\rho' = \frac{b}{\rho}$, wenn der Winkel gesucht ist,

$b = \frac{\rho \cdot \rho'}{\rho}$ wenn die Bogenlänge gesucht ist.

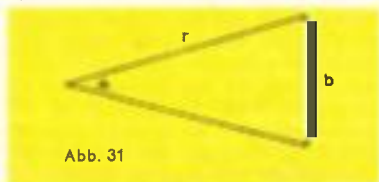


Abb. 31

17. Trigonometrische Berechnung ebener Dreiecke

Der Vorteil der trigonometrischen Skalen liegt nicht allein im Ablesen der trigonometrischen Funktionen. Wichtiger ist, daß mit ihnen gerechnet werden kann, ohne die Funktionswerte ablesen zu müssen.

Der Sinussatz ist ein Musterbeispiel für eine Anwendung der Proportionsrechnung auf dem Rechenstab:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

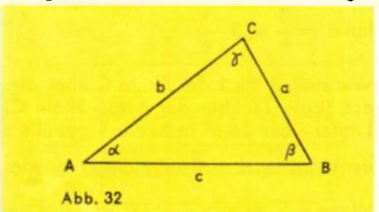


Abb. 32

Mit der Einstellung eines dieser Verhältnisse durch Gegenüberstellung der Seite auf Skala C und des gegenüberliegenden Winkels auf Skala S sind auch die übrigen Verhältnisse eingestellt, so daß zu jeder Seite der gegenüberliegende Winkel und umgekehrt zu jedem Winkel die gegenüberliegende Seite abgelesen werden kann.

Am häufigsten kommt in der Praxis die Berechnung rechtwinkliger Dreiecke vor. In diesem Sonderfall ist $\gamma = 90^\circ$ und damit $\sin \gamma = 1$, sowie $\sin \alpha = \cos \beta$ und $\sin \beta = \cos \alpha$.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{1}$$

$$\frac{a}{\cos \beta} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

Ferner ist: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

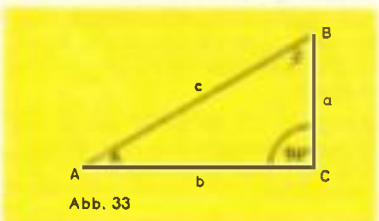


Abb. 33

Je nach den gegebenen Stücken kommen zwei grundsätzliche Rechenoperationen vor:

1. Gegeben sind zwei beliebige Stücke (außer Fall 2).
2. Gegeben sind die Katheten a und b .

Beispiel zu 1:

Gegeben: $c = 5, a = 3$

Gesucht: α, β, b

Man beachte: $\beta = 90^\circ - \alpha$

Mit der Gegenüberstellung der Hypotenuse 5 in Skala C über 1 in Skala D als Ersatz für $\sin 90^\circ$ steht gegenüber der Kathete 3 in C dann der zugehörige Winkel $\alpha = 36,88^\circ$ in Skala S. Zunge unverändert stehen lassen und den Läufer auf $36,88^\circ$ der roten Bezeichnung der Skala S stellen. Dann ist die dem Winkel β gegenüberliegende Seite $b = 4$ in C abzulesen.

Entsprechend verfahren wir, wenn eine Kathete und ein Winkel gegeben sind, indem das Sinusverhältnis aus der Kathete und dem gegenüberliegenden Winkel mit den Skalen S und C eingestellt wird. Gelegentlich ist es vorteilhafter, mit der Skala CF anstelle von C zu rechnen, um das Durchschieben der Zunge zu vermeiden.

Beispiel zu 2:

Gegeben: $a = 3, b = 6$

Gesucht: α, β, c

$$\tan \alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Wir stellen die 1 der Skala C über die kleinere Kathete 3 und finden $\alpha = 26,6^\circ$ auf Skala T1 über der 6 von Skala CI. Wird bei gleicher Zungenstellung der Läufer über $26,6^\circ$ in Skala S gestellt, steht das Ergebnis $c = 6,71$ in Skala CI, denn aus $\sin \alpha = \frac{1}{c}$ folgt die Proportion $\frac{1}{1} = \frac{\sin \alpha}{c}$. $\beta = 90^\circ - 26,6^\circ = 63,4^\circ$.

Wenn $a > b$, also $\alpha > 45^\circ$ ist, wird der Winkel nicht auf Skala T1, sondern auf Skala T2 abgelesen. Der weitere Rechengang ist der gleiche wie in dem zuvor beschriebenen Beispiel.

Diese zwei angeführten Rechenarten für das rechtwinklige Dreieck haben besondere Bedeutung bei Koordinaten- und Vektorrechnungen sowie bei Rechnungen mit komplexen Zahlen. Es handelt sich bei derartigen Aufgaben stets um die Verwandlung von rechtwinkligen Koordinaten in Polarkoordinaten oder um die umgekehrte Aufgabe.

Komplexe Zahlen lassen sich in der Komponentenform $Z = a + ib$ leicht addieren oder subtrahieren, in der Vektorform

$Z = r \cdot e^{i\varphi} = r/\varphi$ dagegen multiplizieren, dividieren und potenzieren. Aus diesem Grunde muß die Umrechnung von der einen Form in die andere häufig durchgeführt werden.



Abb. 34 Die Hypotenuse ist gegeben

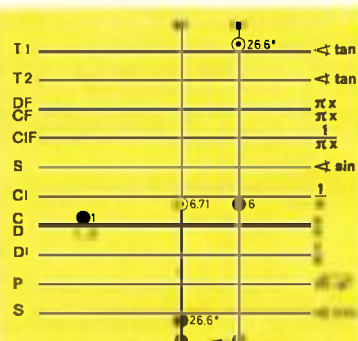


Abb. 35 Die Katheten sind gegeben

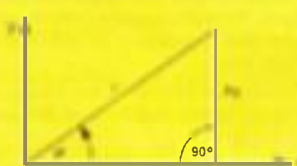


Abb. 36

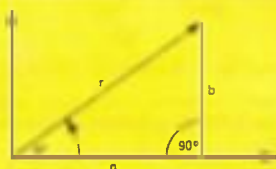


Abb. 37 $Z = a + ib = r/\varphi$

Beispiele: $Z = 4,5 + i 1,3 = 4,68/16,13^\circ$ $Z = 6,7/49^\circ = 4,39 + i 5,05$

Der Rechengang ergibt sich aus den vorstehenden Erläuterungen über das rechtwinklige Dreieck und aus Abb. 37.

18. Die Exponentialskalen

Alle Exponentialskalen sind auf die Grundskalen C und D bezogen. Sie reichen mit vier e^{+x} -Skalen LL0, LL1, LL2 und LL3 von 1,001 bis 100000 und mit vier e^{-x} -Skalen LL00, LL01, LL02 und LL03 von 0,00001 bis 0,999.

Die Skalen e^{+x} und e^{-x} sind zueinander reziprok, auf ihnen werden Kehrwerte von Zahlen $< 2,5$ mit größerer Genauigkeit ermittelt als bei der Verwendung der Skalen CI oder CIF (s. Abb. 38).

$$\frac{1}{1,02956} = 0,97134$$

Die Exponentialskalen sind Stellenwertskalen, d. h. der Wert 1,35 bedeutet nur 1,35, nicht auch 13,5 oder 135 wie bei den Grundskalen.

18.1 Potenzen und Wurzeln mit den Exponenten 10 und 100

Die Exponentialskalen sind so angeordnet, daß jeweils beim Übergang von einer LL-Skala zur benachbarten Skala die 10. Potenz oder 10. Wurzel berechnet wird, je nachdem, in welcher Richtung abgelesen wird. Die sich daraus ergebenden Beziehungen zeigen die Beispiele der Abb. 38 für die Einstellung des Läuferstriches auf den Wert 1,015 in Skala LL1.

Beispiele:

$$1,015^{0,1} = \sqrt[10]{1,015} = 1,00149$$

$$1,015^1 = 1,015$$

$$1,015^{10} = 1,1605$$

$$1,015^{100} = 4,43$$

$$\frac{1}{1,015^{100}} = 1,015^{-100} = 0,2257$$

$$\frac{1}{1,015^{10}} = 1,015^{-10} = 0,8617$$

$$\frac{1}{1,015^1} = 1,015^{-1} = 0,98522$$

$$\frac{1}{1,015^{0,1}} = \frac{1}{\sqrt[10]{1,015}} = 0,99851$$

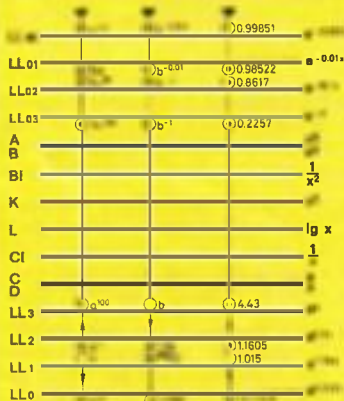


Abb. 38 Zusammenhang der LL-Skalen

Variationen der Ablesungen in der gleichen Zahlenreihe der Abb. 38:

$$\sqrt[10]{4,43} = 1,1605 \quad \sqrt[100]{0,2257} = 0,98522 \quad 0,98522^{10} = 0,8617 \quad 1,00149^{1000} = 4,43$$

Diese in der Praxis selten vorkommenden Beispiele dienen dem besseren Verständnis für den Aufbau der Exponentialskalen.

18.2 Potenzen $y = a^x$

Genau so, wie man mit den Grundskalen multipliziert, wird bei der Anwendung der LL-Skalen potenziert.

Rechengang:

- Einstellen des Anfanges oder Endes der Skala C über den Basiswert a auf der entsprechenden LL-Skala mit Hilfe des Läufers.
- Einstellen der Exponenten x auf der Skala C durch Verschieben des Läufers.
- Ablesen des Potenzwertes y unter dem Läuferstrich auf der richtigen LL-Skala (vgl. Ableseregeln!).

Mit der Einstellung des Basiswertes erhält man eine Tabellenstellung für die Funktion $y = a^x$. Abb. 39 zeigt die Einstellung für die Funktion $y = 3,2^x$, wobei der Läufer über dem Exponenten 2,5 und seinen dezimalen Variationen steht.

Beispiele: Ablesung auf Skala

$3,2^{2,5}$	$= 18,3$	LL3
$3,2^{0,25}$	$= 1,338$	LL2
$3,2^{0,025}$	$= 1,02956$	LL1
$3,2^{0,0025}$	$= 1,002912$	LL0
$3,2^{-2,5}$	$= 0,0546$	LL03
$3,2^{-0,25}$	$= 0,7476$	LL02
$3,2^{-0,025}$	$= 0,97134$	LL01
$3,2^{-0,0025}$	$= 0,997096$	LL00

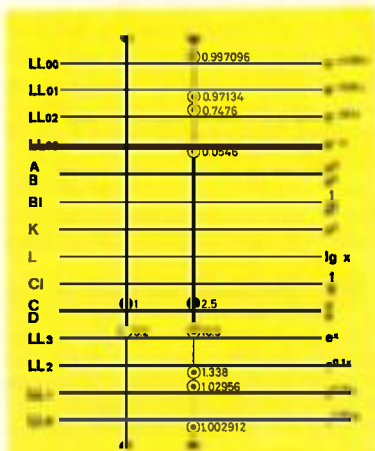


Abb. 39 Potenzen

Ableseregeln:

- Bei positiven Exponenten liegen Einstellung und Ergebnis in der gleichen Skalengruppe LL0—LL3 oder LL00—LL03, man bleibt also bei der gleichen Farbe der Bezifferung. Bei negativen Exponenten muß man von einer Skalengruppe zur anderen wechseln (Farbenwechsel).
- Analog zur Beschriftung der Skalen am rechten Rechenstabende erfolgt die Ablesung auf der niedriger bezifferten Nachbarskala LL, wenn bei der Variation der Exponenten das Komma um eine Stelle nach links rückt (vgl. Beispiel von Abb. 39).
- Wird die Basis mit dem rechten Zungenende eingestellt, werden alle Ablesungen auf der höher bezifferten Nachbarskala vorgenommen.

Für $a < 1$ findet man die Potenzen mit positiven Exponenten in der Skalengruppe LL00—LL03 und mit negativen Exponenten in der Skalengruppe LL0—LL3.

$0,685^{2,7}$	$= 0,36$	(Abb. 40)
$0,685^{-2,7}$	$= 2,78$	
$1,46^{2,7}$	$= 2,78$	
$1,46^{-2,7}$	$= 0,36$	

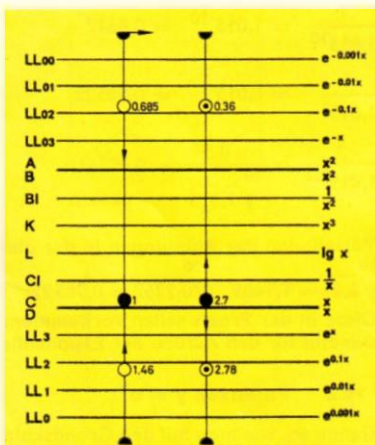


Abb. 40 Anfang von C über der Basis

Abb. 41 zeigt die gleichen Beispiele wie Abb. 40, aber mit Einstellung des rechten Zungenendes, deshalb stehen die Ergebnisse nicht in der Skala, in der die Basis eingestellt wird, sondern in der Nachbarskala LL3 bzw. LL03.

Liegt der Basiswert, wie in diesem Falle, im Mittelfeld der Skala, ist es vorteilhafter, mit der Skala CF zu rechnen. Dann steht fast die ganze Skala CF für die Einstellung der Exponenten zur Verfügung und das Durchschieben wird bei Tabellenbildung erspart.

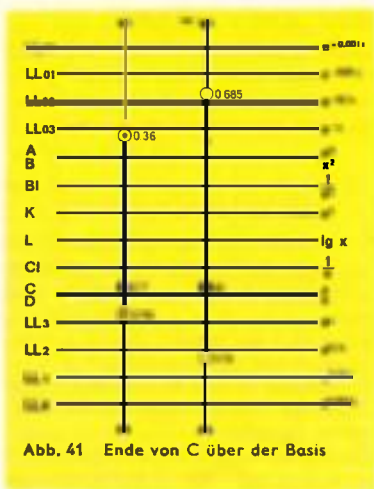


Abb. 41 Ende von C über der Basis

18.3 Sonderfälle von $y = a^x$

Die Möglichkeiten, den Exponenten und die Basis zu variieren, sind durch den Bereich der Exponentialskalen begrenzt.

18.3.1 $y > 100000$ und $y < 0,00001$

Reicht das Ergebnis einer Potenz über den Bereich der Exponentialskalen hinaus, muß der Exponent in Summanden und somit die Potenz in Faktoren zerlegt werden.

Beispiel:

$$3,14^{19} = 3,14^{6+6+7} = (3,14^6)^2 \cdot 3,14^7 = 0,955^2 \cdot 10^6 \cdot 3,02 \cdot 10^3 = 2,76 \cdot 10^9$$

Für negative Exponenten gilt selbstverständlich der gleiche Lösungsweg.

18.3.2 $0,999 < y < 1,001$

Ist infolge eines kleinen Exponenten der Wert einer Potenz kleiner als 1,001, aber größer als 0,999, so kann das Ergebnis nicht der LL-Skala entnommen werden.

Die Reihenentwicklung

$$a^{\pm x} = 1 \pm \frac{x}{1!} \ln a + \frac{x^2}{2!} \ln^2 a + \frac{x^3}{3!} \ln^3 a + \dots$$

gibt für diese Fälle eine Näherungslösung:

$$a^{\pm x} \approx 1 + x \cdot \ln a \quad \text{für } |x \cdot \ln a| \ll 1$$

Wenn die 1 der Skala C mit Hilfe des Läufers über die Basis a in Skala LL gestellt wird, steht sie auch über dem Wert $\ln a$ in Skala D (vgl. Ziff. 18.4 und 18.6), und eine Multiplikation mit x durch Verschieben des Läufers über Skala C ergibt in Skala D die Ablesung $x \cdot \ln a$. Wird dieser Zwischenwert zu 1 addiert oder von 1 subtrahiert, erhält man den gesuchten Potenzwert $a^{\pm x}$. Je kleiner der Exponent ist, um so genauer wird das Ergebnis dieser Rechenmethode.

Das Beispiel der Abb. 30 kann damit weiter fortgesetzt werden. So ist z. B.

$$\begin{aligned} 3,2^{0,00025} &= 1 + 0,0002908 = 1,0002908 \\ 3,2^{-0,00025} &= 1 - 0,0002908 = 0,9997092 \end{aligned}$$

Bei weiteren dezimalen Variationen des Exponenten ändert sich nur noch die Anzahl der Nullen oder Neunen hinter dem Komma, z. B.: $3,2^{0,000025} = 1,00002908$.

18.3.3 $0,999 < a < 1,001$

Wenn in der Potenz $y = a^x$ die Basis größer als 0,999, aber kleiner als 1,001 ist, hilft wieder eine Näherungslösung.

Nach der vorherigen Reihenentwicklung gilt $a^{-x} \approx 1 + x \cdot \ln a$. Da a nahezu 1 ist, kann man schreiben: $a = 1 + n$. Damit gilt:

$$a^x = (1 + n)^x \approx 1 + x \cdot \ln(1 \pm n)$$

Da $\ln(1 \pm n) = \pm n - \frac{2}{2} \pm \frac{3}{3} - \dots \approx \pm n$ (für $|n| \ll 1$), gilt

$$(1 + n)^x \approx 1 + nx \text{ und } (1 + n)^{-x} \approx 1 - nx \text{ (für } |nx| \ll 1)$$

Wenn der Bereich der LL-Skalen für die Einstellung der Basis a nicht ausreicht, wird Skala D wie eine LL-Skala benutzt, aber mit dem Unterschied, daß an Stelle von $a = 1 + n$ der Wert $|n|$ eingestellt wird.

Wird die 1 der Skala C über n in Skala D gestellt, ist diese Einstellung praktisch identisch mit der Einstellung $1 + n$ in einer Exponentialskala, die man sich als Fortsetzung für den Bereich von 1,0001 bis 1,001 bzw. 0,999 bis 0,9999 usw. vorstellen kann. Mit kleiner werdendem n wird die Näherung $\ln(1 \pm n) = \pm n$ immer genauer.

Die Potenz wird wie üblich gebildet, ist aber jetzt eine einfache Multiplikation $n \cdot x$. Das der Skala D entnommene Ergebnis muß durch Addition der 1 bzw. Subtraktion von 1 vervollständigt werden. Kommt man mit größeren Exponenten in den Bereich der vorhandenen LL-Skalen, kann das Ergebnis direkt in der entsprechenden Exponentialskala abgelesen werden.

Beispiele:

$$1,00023^{3,7} = (1 + 0,00023)^{3,7} = 1,000851 \quad \text{Ablesung auf Skala D zu 1 addieren}$$

$$1,00023^{37} = 1,00854 \quad \text{Ablesung auf Skala LL0}$$

$$0,99977^{3,7} = (1 - 0,00023)^{3,7} = 0,999149 \quad \text{Ablesung auf Skala D von 1 subtrahieren}$$

$$0,99977^{37} = 0,99152 \quad \text{Ablesung auf Skala LL0}$$

18.4 Potenzen $y = e^x$

$y = e^x$ ergibt sich als Spezialfall aus der Grundstellung der Zunge, denn dann ist die Zahl $e = 2,718$ als Basis eingestellt. Da die Skala D diese Einstellung zu den Exponentialskalen ständig hat, genügt es, den Exponenten mit dem Läufer auf Skala D einzustellen, um die Potenz der Basis e in der LL-Skala ablesen zu können. Wird der Läufer auf 1,489 in Skala D gestellt, sind die folgenden Werte ablesbar.

$$e^{1,489} = 4,43$$

$$e^{-1,489} = 0,2260$$

$$e^{0,1489} = 1,1605$$

$$e^{-0,1489} = 0,8618$$

$$e^{0,01489} = 1,015$$

$$e^{-0,01489} = 0,98523$$

$$e^{0,001489} = 1,001489$$

$$e^{-0,001489} = 0,998513$$

Bei weiteren Variationen wird wieder die Übereinstimmung mit $e^{-x} \approx 1 - x$ erreicht.

$$e^{0,0001489} = 1,0001489$$

18.5 Wurzeln $a = \sqrt[y]{x}$

Wurzelausdrücke können zum besseren Verständnis in Potenzen verwandelt werden. Die Exponenten werden dann in Skala CI eingestellt, oder in Skala DI, wenn e die Basis ist.

Im folgenden Beispiel den Läufer auf 3,5 in DI einstellen und in LL2 bzw. LL02 ablesen.

$$\sqrt[2,5]{e} = e^{\frac{1}{2,5}} = 1,3307$$

$$\sqrt[3,5]{e} = e^{\frac{1}{3,5}} = 0,7514$$

Die Stellung des Kommas erhält man aus der Beziehung: $\log_a a = 1$
 Stellt man den Zungenanfang über die Basis a , dann sind die Logarithmen rechts vom Wert a größer als 1 und links davon kleiner als 1.

Ableseregel:

- Jeder Übergang zur benachbarten LL-Skala — in der Reihenfolge LL3, LL2, LL1, LL0 oder LL03, LL02, LL01, LL00 — bewirkt für den Logarithmus eine Verschiebung des Kommas um eine Stelle nach links, in der umgekehrten Reihenfolge nach rechts.
- Die Logarithmen werden positiv (negativ), wenn der Numerus und die Basis auf gleichfarbigen (ungleichfarbigen) LL-Skalen eingestellt werden.

Übungsbeispiele:

$$\begin{aligned} \log_2 16 &= 4,0 \\ \log_2 1,02 &= 0,02857 \\ \log_2 0,25 &= -2 \end{aligned}$$

18.6.2 Die dekadischen Logarithmen

Wird die 1 der Skala C über die Basis 10 in Skala LL3 gestellt, kann zu jedem in der LL-Skala eingestellten Numerus der dekadische Logarithmus in Skala C abgelesen werden (Abb. 44 und 45).

Für die oft benötigten dekadischen Logarithmen befindet sich zusätzlich auf der Zunge die übliche Skala L, die nur die Mantissen angibt, wenn der Numerus in Skala C eingestellt wird. Wie bei der Benutzung einer Logarithmentafel wird die Kennziffer des Logarithmus nach der Regel „Stellenzahl minus 1“ gebildet und zur Mantisse addiert. Über jedem Wert der Skala C steht somit sein Logarithmus, und umgekehrt kann zu jedem Logarithmus der Numerus direkt abgelesen werden.

Zur Benutzung der Skala L wird nur der Läufer verschoben, damit werden die dekadischen Logarithmen mit dieser Skala einfacher als mit den LL-Skalen gefunden. Dagegen werden die Ergebnisse für den Bereich der Skala LL1 genauer abgelesen.

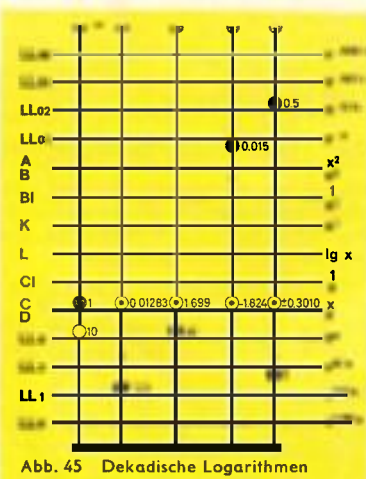
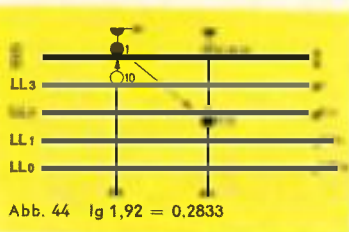
Beispiel:

$$\begin{aligned} \lg 1,03 &= 0.01283 \text{ mit der Skala LL1} \\ \lg 1,03 &= 0.013 \text{ mit der Skala L} \end{aligned}$$

Übungsbeispiele:

s. Abb. 45

$$\begin{aligned} \log_{10} 50 &= 1,699 \\ \log_{10} 2 &= 0,301 \\ \log_{10} 1,03 &= 0,01283 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \log_{10} 0,015 &= -1,824 \\ \log_{10} 0,5 &= -0,3010 \\ \log_{10} 0,1 &= -1 \\ \log_{10} 6 &= 0,778 \\ \log_{10} 1,14 &= 0,0569 \\ \log_{10} 1,015 &= 0,00647 \end{aligned}$$

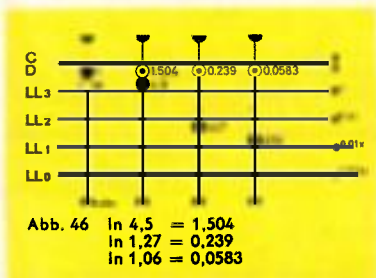
Beim Einstellen mit dem Endstrich der Skala C liegen die Ablesungen alle links vom Basiswert, sie sind also < 1 , z. B. $\log_{10} 9 = 0,954$. Logarithmen von Zahlen < 1 sind negativ.

18.6.3 Die natürlichen Logarithmen

Die natürlichen Logarithmen der Basis »e« werden einfach durch den Übergang von den Exponentialskalen zur Grundskala D gefunden (Abb. 46)

Übungsbeispiele:

$$\begin{aligned} \ln 4,375 &= 1,475 \\ \ln 0,622 &= -0,475 \\ \ln 0,05 &= -2,994 \end{aligned}$$



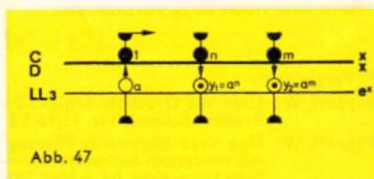
19. Weitere Anwendungen der Exponentialskalen

Bisher wurde nur die Zungenskala C in Verbindung mit den Exponentialskalen benutzt, um die wesentlichen Zusammenhänge beim Rechnen zu zeigen. Selbstverständlich können auch andere Zungenskalen zur Anwendung kommen, deren funktionaler Zusammenhang mit der Skala C in den früheren Kapiteln erläutert worden ist; z. B. kann mit Skala B eine Potenz $a^{\sqrt{x}}$ eingestellt werden. Mitunter ist die Sinusskala S auf der Zunge praktisch für die Berechnung von $e^{\sin x}$. Auch die Umkehrungen bieten weitere Möglichkeiten der logarithmischen Rechnung. Die Skala CF kann anstelle der Skala C beim Rechnen mit LL-Skalen benutzt werden, um das Durchschieben der Zunge bei Tabellenbildungen einzusparen, wenn die Basis etwa in der Stabmitte liegt.

19.1 Proportionsrechnung mit den Exponentialskalen

Wenn ein Basiswert a mit dem Anfang der Skala C auf einer LL-Skala eingestellt ist, können die Potenzwerte für beliebige Exponenten oder die Logarithmen beliebiger Zahlen für diese Basis abgelesen werden. Die auf einer LL-Skala eingestellte Basis a ist somit ein Proportionalitätsfaktor.

$$\begin{aligned} 19.1.1 \quad y_1 &= a^n & y_2 &= a^m \\ \log y_1 &= n \cdot \log a & \log y_2 &= m \cdot \log a \\ \frac{\log a}{1} &= \frac{\log y_1}{n} = \frac{\log y_2}{m} \\ \frac{\ln a}{1} &= \frac{\ln y_1}{n} = \frac{\ln y_2}{m} \end{aligned}$$



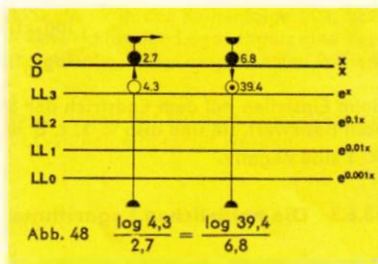
Wenn drei Werte der Proportion bekannt sind, kann der vierte Wert berechnet werden, und mit der ersten Einstellung überblickt man eine Vielzahl von Proportionen. Wir haben hiermit wieder ein für das Rechnen mit dem Rechenstab günstiges Proportionsprinzip, und es kommt nur darauf an, die Aufgaben in diese Proportionsform zu bringen.

19.1.2

$$y = a^x \rightarrow \log y = x \log a$$

$$\frac{\log y}{m} = \frac{\log a}{n}$$

$$y = 4,3^{2,7} \xrightarrow{6,8} \frac{\log y}{6,8} = \frac{\log 4,3}{2,7}$$



Werden 4,3 auf Skala LL3 und 2,7 auf Skala C übereinandergestellt, dann kann unter 6,8 der Skala C das Ergebnis 39,4 auf Skala LL3 abgelesen werden.

Ebenso werden natürlich die Abwandlungen dieser Aufgabe gelöst.

$$y = \sqrt[2,7]{4,3^{6,8}} \quad \text{oder} \quad y^{2,7} = 4,3^{6,8}$$

19.1.3

Viele Naturgesetze lassen sich auf die angegebene Proportionsform bringen, wenn die Änderung (Differenz) der einen Variablen proportional der Differenz der Logarithmen der anderen Veränderlichen ist*:

$$\log y_2 - \log y_1 = \text{const} (x_2 - x_1)$$

Da außerdem gilt $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$,

läßt sich diese Gleichung umschreiben:

$$\log \frac{y_2}{y_1} = \text{const} (x_2 - x_1)$$

Eine Änderung von x_1 auf x_2 um das Intervall i hat eine Änderung von y_1 auf y_2 zur Folge.

Bezeichnet man das Verhältnis $\frac{y_2}{y_1}$ mit r , das ist die Restzahl, die den Rest vom ursprünglichen Ganzen angibt, dann lautet die obige Gleichung:

$$\log r = \text{const} = \frac{\log r_1}{i_1} = \frac{\log r_2}{i_2} = \dots$$

Beispiel: Radioaktiver Zerfall.

Ein Stoff zerfalle in 30 Tagen zu 40%, es verbleiben 60% als Rest. Wann sind noch 20% vorhanden?

*) Vergleiche:

Ruppert, W: Über die Druckabhängigkeit der Viskosität von Schmierölen — Zeitschrift Brennstoffchemie Nr. 15/16 Bd. 33 (1952) S. 273-278

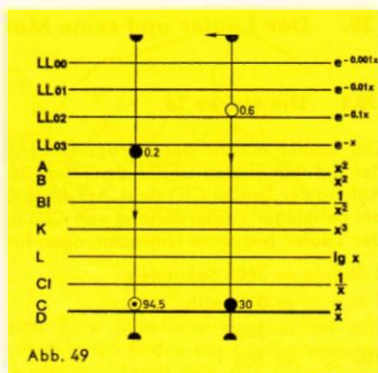
Ruppert, W: Eine neue allgemeine Fassung einiger Naturgesetze und ihre Anwendung mit modernen Rechenstäben — Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, Bd. 6 Heft 7 (Febr. 1954), S. 316

$$r_1 = 30$$

$$r_2 = 0,6$$

$$r_2 = 0,2$$

$$\frac{\log 0,6}{30} = \frac{\log 0,2}{x} \quad x = 94,5 \text{ Tage}$$



19.1.4

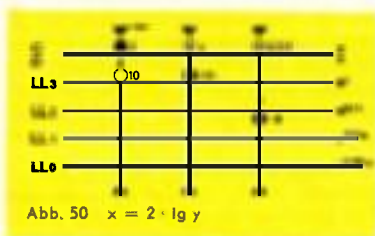
Will man einen Logarithmus mit einer konstanten Zahl multiplizieren, so werden die Konstante auf Skala C und die Basis des Logarithmus auf Skala LL untereinandergestellt, um wieder eine Tabellenstellung für die Multiplikation der Konstanten mit Logarithmen der eingestellten Basis zu erhalten.

Für $x = c \cdot \log_a y$ wird die Proportionsform geschrieben:

$$\frac{x}{\log_a y} = \frac{c}{1} = \frac{c}{\log_a a}$$

$$2 \cdot \log_{10} 100 = 4$$

$$2 \cdot \log_{10} 1,8 = 0,511$$



Alle Logarithmen der Basis 10 können nach Abb. 50 mit dem Faktor 2 multipliziert werden, mit den LL0-Skalen auch die Logarithmen von Werten < 1 .

In der Elektrotechnik ist es häufig erforderlich, die Dezibel zu einem gegebenen

Spannungsverhältnis zu berechnen: $d B = 20 \cdot \lg \frac{U_1}{U_2}$.

19.2 Hyperbolische Funktionen

Die sinnvolle Anordnung der Exponentialskalen ermöglicht die verhältnismäßig einfache Bildung hyperbolischer Funktionen. Da sich die Potenzwerte mit negativen und positiven Exponenten gegenüberstehen, genügt eine Läuferstellung zur Ablesung von e^{+x} und e^{-x} , woraus sich die hyperbolischen Funktionen leicht errechnen lassen.

$$\sinh x = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x})$$

$$\cosh x = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

$$\tanh x = \frac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}$$

20. Der Läufer und seine Marken

20.1 Die Marke 36

Der Läufer hat auf der Vorderseite (Abb. 51) rechts oben einen kurzen Strich, der auf den Skalen CF/DF den Wert 36 angibt, wenn der Mittelstrich über dem Anfang der Skalen C/D steht. Auf diese Weise multipliziert man mit 36, wenn man bei beliebiger Läuferstellung von C/D nach CF/DF überwechselt; dadurch bietet der Läufer bequeme Umrechnungen für:

$$1 \text{ Stunde} = 3600 \text{ Sekunden}$$

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

$$1^\circ = 3600''$$

$$100\% = 360^\circ$$

$$1 \text{ Jahr} = 360 \text{ Tage}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\sigma_{\text{Al}} = 36 \frac{\text{mm}^2}{\Omega \text{ mm}^2} \text{ (Leitwert)}$$



Abb. 51



Abb. 52

20.2 Kreisflächen, Gewicht von Flußstahlstangen

Auf der Rückseite des Läufers (Abb. 52) gibt der Abstand vom Mittelstrich zum linken oberen und zum rechten unteren kurzen Strich den Faktor $\pi/4 = 0,785$ (bezogen auf die Quadratskalen) zur Berechnung von Querschnitten (Kreisflächen) nach der Formel $q = d^2 \pi/4$ an. Steht der mittlere Läuferstrich über dem Durchmesser d auf Skala D, kann der Querschnitt links oben auf Skala A abgelesen werden.

Die gleiche Beziehung besteht auch zwischen dem rechten unteren und dem mittleren Strich. Da der Strichabstand gleichzeitig dem spezifischen Gewicht $7,85 \text{ g/cm}^3$ von Flußstahl entspricht, kann — anschließend an die Querschnittsablesung am Mittelstrich — das Gewicht von Flußstahlstangen für die Längeneinheit am linken Strich abgelesen werden. Zieht man den Anfang der Zungenskala B schließlich unter diesen linken oberen Strich, so erhält man beim Verschieben des Läufers das Gewicht für jede beliebige Länge.

20.3 Die Marken kW und PS

Der Abstand zwischen dem Mittelstrich und der rechten oberen Marke gibt in den Quadratskalen den Faktor für die Umwandlung von kW in PS und umgekehrt an (s. Abb. 52).

Stellt man z. B. den Mittelstrich auf 20 kW, so gibt die obere rechte Marke 27,2 PS an. Umgekehrt liefert die Einstellung von 7 PS mit der rechten Marke am Mittelstrich 5,15 kW. Für Umrechnungen im Zollsystem gibt es einen Spezialläufer mit der Marke HP. Dieser Läufer ist unter der Bezeichnung L 0969 E erhältlich.

20.4 Abnehmen des Läufers

Die Läuferstriche sind zum Skalenbild so justiert, daß während der Rechnung der Übergang von einer Seite des Rechenstabes zur anderen möglich ist. Der Läufer kann zum Zwecke der Reinigung abgenommen werden, ohne daß dabei die Justierung verlorengeht. Auf einer Seite sind die Läufergläser mit vier Schrauben, auf der anderen Seite mit zwei als Druckknöpfe ausgebildeten



Abb. 53

Schrauben an den Läuferstegen befestigt. Zum Abnehmen des Läufers vom Rechenstab werden die mit den Pfeilen markierten Enden des Läufersteges mit den Daumnagelspitzen nach unten gedrückt, damit sich der Druckknopf öffnet. Der obere Druckknopf öffnet sich beim Hochklappen des Läuferglases, und der Läufer kann leicht abgenommen werden.

20.5 Justieren des Läufers

Falls gelegentlich eine Justierung erforderlich ist, z. B. beim Aufsetzen eines Ersatzläufers, wird der Rechenstab so auf den Tisch gelegt, daß die Läuferseite mit den vier Schrauben oben liegt. Nach Lockerung dieser vier Schrauben mit einem passenden Schraubenzieher wird der Rechenstab umgedreht und der Läuferstrich genau über die Endstriche der Winkelteilungen S und T1 gestellt. Vorsichtig wird der Rechenstab wieder gewendet, ohne den Läufer zu bewegen, und dann bei festgehaltenem Läufer das obenliegende Läuferglas nach den Endwerten 1 bzw. nach den Hilfsmarken in den LL-Skalen ausgerichtet. Danach werden die vier Schrauben wieder fest angezogen.

21. Der Normzahlen-Maßstab 1364

21.1 Aufbau der Normzahlen-Skala

Normung und Typisierung sind wichtige Faktoren jeder rationellen Fertigung geworden; damit erlangen die Normzahlen (NZ) in der Technik immer mehr Bedeutung. Die Normzahlen nach DIN 323 sind ausgewählte Werte einer geometrischen Reihe, die auf das dekadische Zahlensystem zugeschnitten sind. Die Zusammenhänge werden beim Betrachten der logarithmischen Teilung D und der dazugehörigen Mantissenskala L sehr deutlich.

Gegenüber den gleichmäßig gestuften Mantissenwerten der Skala L stehen in Skala D die dazugehörigen Numeri. Die Normzahlen nach DIN 323 sind Ab-rundungen dieser Numeri.

Aus den Skalen L und D entsteht eine NZ-Skala, wenn man die D-Skala fortläßt und die Normzahlen an die entsprechenden Teilstriche der vereinfachten Mantissenskala anschreibt.

Den zehn bezifferten Teilstrichen der oberen Mantissentheilung stehen die Normzahlen der Reihe R 10 gegenüber. Die Aufteilung der Mantissentheilung in 20 gleiche Teile führt zu den Normzahlen der Reihe R 20 und aus 40 gleichen Intervallen wird die Reihe R 40 gebildet.

Neben dem mm-Maßstab sind die NZ-Werte zusätzlich markiert, und zwar die Reihe: R 10 mit Pfeilspitzen, R 20 mit Strichen und R 40 mit Punkten. Damit können NZ-Werte in Zeichnungen abgetragen werden.

21.2 Zweck der NZ-Skala

In erster Linie soll die NZ-Skala eine Gedächtnisstütze sein, so daß die gebräuchlichsten NZ-Werte immer zur Hand sind. Ferner sind sie praktisch für die Herstellung einfacher und doppellogarithmischer Netze auf gewöhnlichem kariertem Papier für übersichtliche nomographische Auswertungen. Da das Multiplizieren und Dividieren von Normzahlen mit bzw. durch Normzahlen immer wieder eine Normzahl ergibt, wird eine Netztafel aus Normzahlen zur graphischen Rechentafel.

Die Vereinigung von Normzahlen und Mantissen in einer Skala hat den Vorteil, daß logarithmische Überschlagsrechnungen sehr vereinfacht werden, denn den Normzahlen stehen in der Mantissenskala einfache Logarithmen gegenüber, die leicht im Kopf addiert oder subtrahiert werden können. Durch Hinzufügen der Kennziffern (wie beim Rechnen mit der Logarithmentafel) erhält man ein im Stellenwert richtiges Ergebnis, das um höchstens 3% ungenau ist, wenn man die Reihe R 40 in die Rechnung einschließt.

In vielen Fällen kann man sich gleichfalls der NZ-Skala bedienen, wenn man großzügig abrundet, z. B. für $\pi = 3,15$ oder für $\gamma = 7,85$ den Wert $\gamma = 8$ setzt. Die den Normzahlen entsprechenden Mantissen werden aus der über den Normzahlen liegenden Mantissenskala abgelesen. Besondere Aufmerksamkeit ist den Kennziffern zu schenken, da von diesen die Rechensicherheit wesentlich abhängt.

Bei umfangreichen Formeln ist es vorteilhaft, die Logarithmen beim Ablesen aufzuschreiben, um die Addition nachprüfen zu können. Natürliche Zahlen kleiner als 1 (z. B. 0,8) werden oft besser durch negative Logarithmen ausgedrückt, z. B. $\lg 0,8 = -0,1$ statt $\lg 0,8 = 0,9 - 1$.

Die Teilungen L und D erlauben eine genauere logarithmische Rechnung, denn sie bilden eine dreistellige graphische Logarithmentafel.

21.3 Logarithmische Maßstäbe

Für das genauere Auftragen von logarithmischen Skalen oder Netzen befinden sich auf dem NZ-Maßstab logarithmische Teilungen der Basislängen 200 mm, 150 mm, 100 mm, 50 mm und 25 mm. Die Basislängen 125 mm und 250 mm können der Rechenstabzunge entnommen werden.

21.4 Umrechnungsfaktoren für nichtmetrische Einheiten

Beim Studium englischer und amerikanischer Fachbücher bereiten die nichtmetrischen Einheiten große Schwierigkeiten, weil die Beziehungen zum metrischen System oft mühselig in der Literatur gesucht werden müssen. Diese Sucharbeit nehmen die Tabellen des Maßstabes weitgehend ab, weil darauf die wichtigsten Umrechnungsfaktoren zusammengestellt sind. Als Grundlage diente hauptsächlich U. Stille, Messen und Rechnen in der Physik, Verlag Vieweg & Sohn.

21.5 Veröffentlichungen über Normzahlen

Berg, S.: Angewandte Normzahl, Berlin und Köln 1949.

Kienzle, O.: Normungszahlen, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1950.

Tuffensammer, K., und P. Schumacher: Normzahlen — die einstellige Logarithmentafel des Ingenieurs. Werkstattstech. und Masch.-Bau 43 (1953), S. 156.

Tuffensammer, K.: Das Dezilog, eine Brücke zwischen Logarithmen, Dezibel, Neper und Normzahlen. VDI-Zeitschrift 98 (1956), S. 267/74.

Strahinger, W.: Zauberwelt der Normzahlen, Verlags- und Wirtschaftsgesellschaft der Elektrizitätswerke m. b. H. VWEW, Frankfurt a. M. 1952.