ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. C. Reinhertz, Professor in Hannover. und **C. Steppes,** Obersteuerrat in München.

1903. **Heft 21.** **Band XXXII.**

1. November.

Die pythagoräische Rechenscheibe und ihre Anwendung.

Die Berechnung der einzelnen Teile des rechtwinkligen Dreiecks aus gegebenen anderen mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes ist an und für sich ziemlich umständlich und hiebei die Benutzung einfacher mechanischer Rechenhilfsmittel mangels entsprechender Genauigkeit für diese Zwecke in der Regel ausgeschlossen. Beachtet man jedoch den Umstand, dass der Unterschied zwischen der grösseren Kathete und der Hypotenuse immer nur einen verhältnismässig kleinen Bruchteil dieser Seiten darstellt und von deren Neigung zu einander abhängig ist, so wird ein Verfahren, welches die Ausnützung dieser Tatsache zum Zwecke einfacher mechanischer Berechnung ermöglicht, um so willkommener sein, als hiebei eine Genauigkeit erreicht wird, welche allen praktischen Anforderungen entspricht.

Die vom Verfasser konstruierte „pythagoräische Rechenscheibe" enthält ohne Beeinträchtigung der übrigen Teilungen zwei kleine mit *t* und *u* bezeichnete Hilfsteilungen, mittels welcher

1) der Zuschlag $p\,a$ zur grösseren Kathete berechnet wird, um die Hypotenuse zu erhalten, und
2) der Abzug $p\,a$, um welchen die Hypotenuse verringert werden muss, um die Kathete zu erhalten.

I.

Für den Winkel $\alpha < 45^0$ hat man:

$$a : o = tg\,\alpha; \quad (t)$$

$$\frac{tg\,\alpha}{t} = p; \qquad \underline{s = o + p\,a} \quad \ldots\ldots \quad 1.)$$

$$a : s = sin\,\alpha; \quad (u)$$

$$\frac{sin\,\alpha}{u} = p; \qquad \underline{o = s - p\,a} \quad \ldots\ldots \quad 2.)$$

Beispiel:

$$\begin{array}{ll} a : o = t & a : s = u \\ 38{,}47 : 161{,}29 = 0{,}238 & 38{,}47 : 165{,}81 = 0{,}232 \\ + pa = 4{,}52 \text{ aus Gl. 1.} & - pa = 4{,}52 \text{ aus Gl. 2.} \\ \hline s = 165{,}81 & o = 161{,}29 \end{array}$$

Aus dieser Einrichtung der Rechenscheibe geht ihre Verwendbarkeit zn einer reichen Zahl von Berechnnngen auf dem Gebiete der angewandten Geometrie hervor, wie aus den nachstehend aufgeführten Fällen der täglichen Praxis erkannt werden möge.

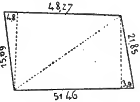

Fig. 1.

1) Benützung der Natnrmasse bei Flächenberechnungen nach dem Plane.

Fällt man in einer Berechnnngsfigur (Fig. 1) auf dem Plane jene Lote, deren Fusspunkte möglichst nahe an einen Eckpunkt fallen, so berechnet sich mit Hilfe des abgenommenen Abscissenabschnittes und der gemessenen anliegenden Seite die Länge des Lotes aus Gleichung 2.

Sind z. B. 4,8 und 3,9 die dem Plane entnommenen Abscissenmasse, so sind die dazu gehörigen Lote (Fig. 1):

$$\begin{array}{ll} 4{,}8 : 15{,}69 \quad (u\ 0{,}30) & 3{,}9 : 21{,}85 \quad (u\ 0{,}18) \\ pa - 0{,}75 & - pa\ 0{,}35 \\ \hline o = 14{,}94 & o = 21{,}50 \end{array}$$

Die Stellnng des Kommas für pa findet man aus $\frac{u}{2} \cdot a$.

2) Berechnung der Koordinaten eines Dreiecks ans den gegebenen 3 Seiten.

Aus $m = \frac{(b + c)\ (b - c)}{2a}$ erhält man

$x = \frac{a}{2} + m$, dann

$$\begin{array}{ccc} x : b & & (a - x) : c \\ - \ px & & - \ p(a - x) \\ \hline y & = & y \end{array}$$

Beispiel:	a	81,2	$\frac{a}{2}$	40,6	
	b	89,7	m	11,9	
	c	78,2	x	52,5 : 89,7	
	$b + c$	167,9		— 16,96	
	$b - c$	11,5	y	72,74	
	: $2a$	162,4	$a - x$	28,7 : 78,2	
				— 5,46	
	$= m$		y	72,74	

3) **Berechnung der Koordinaten des Schnittpunktes zweier Kreise** von bekannten Radien und gegebenen Mittelpunktskoordinaten (Näherungsmethode). (Fig. 2.)

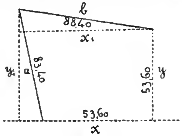

Fig. 2.

Hypothese: $b - x = \vartheta_1$.

$$1.)\quad \begin{array}{rr} \vartheta_1 : a & \\ - \; p \cdot \vartheta_1 & \\ \hline \left.\begin{array}{r} y_1 \\ - y \end{array}\right\} : b & \\ & - \; p\,(y_1 - y) \\ \hline \vartheta_2 = & x_1 \end{array} \qquad\qquad 2).\quad \begin{array}{rr} (x_1 - x) : a & \\ - \; p\,(x_1 - x) & \\ \hline \left.\begin{array}{r} y_1 \\ y \end{array}\right\} : b & \\ & - \; p\,(y_1 - y) \\ \hline \vartheta_3 = & x \end{array}$$

Bei kleinen Werten für p konvergieren die Reihen rasch genug, um bereits mit ϑ_3 das definitive Resultat zu erhalten, besonders dann, wenn man ϑ_1 als erste Hypothese einer Kartierung entnehmen kann. Sonst wird man aus $\vartheta_2 - \vartheta_1 = d_1$ und aus $\vartheta_3 - \vartheta_2 = d_2$ den Wert $d = \frac{d_1^2}{d_1 - d_2}$ bilden, und hat $\vartheta = \vartheta_1 + d = x - x_1$.

Beispiel:

b	88,4		85,92
$-x$	53,6		$-$ 53,60
ϑ_1	34,8 : 83,4 (0,42)	ϑ_2	32,32 : 83,4
a	$-$ 7,61		$-$ 6,52
y_1	75,79		76,88
$-y$	$-$ 55,00		$-$ 55,00
$:b$	20,79 : 88,4 (0,235)		21,88 : 88,4
	$-$ 2,48		$-$ 2,75
x_1	85,92		85,65
			$-$ 53,60
			ϑ_3 32,05

ϑ_1	34,8	$\frac{2,47}{2,19} \cdot 2,47 = -2,79$	d
ϑ_2	32,33 $-$ 2,47 d_1	34,80	ϑ_1
ϑ_3	32,05 $-$ 0,28 d_2	$\vartheta =$ 32,01	
	$-$ 2,19 $d_1 - d_2$	x 53,60	
		x_1 85,61	

Hiemit können die Koordinaten ganzer Figurenketten berechnet und wie in Polygonzügen ausgeglichen werden. Wenn bei der Legung und Messung eines solchen Liniennetzes nicht verabsäumt wird, in möglichen Fällen die Lotfusspnnkte anf Eckpnnkte des Netzes mit dem Winkelspiegel zn bestimmen, so wird die Koordinatenrechnung noch wesentlich gekürzt, da alsdann die Hypothesen der Wirklichkeit schon ziemlich nahe kommen. Die Unsicherheit der Lotfnsspunkte wird durch die Koordinatenausgleichung korrigiert.

4) Bei Berechnnng von Liniennetzpnnkten im Koordinatensystem genügt es, die Differenz zwischen der grösseren Ordinate und der gemessenen Strecke mit der Rechenscheibe nach Gleichung 1 zu kontrollieren, nm zn benrteilen, ob bei der Messnng die Fehlergrenze nicht überschritten wurde, denn zur Repartition ist die Kenntnis der gerechneten Entfernnng zwischen dem Anfangs- und Endpunkte einer Linie nicht nötig, wenn man sofort mit der gemessenen Strecke rechnet, da sich hiebei die Repartition von selbst ergibt.

	s	p	x	d	y	p	s	
Δa			$-102{,}00$	$48{,}00$	$150{,}00$	$31{,}42$	$181{,}42$	Δo
E			$+47{,}00$		$+134{,}00$	$(31{,}40)$	Gl. 1	
$-A$			$+149{,}00$		$+284{,}00$	Diff. 2		
dx			$-41{,}60$	$-19{,}58$	$-61{,}18$	$12{,}82$	$74{,}00$	dy
P			$+107{,}40$	d_1	$+222{,}82$	p_1	s_1	

Hat man nach obigem Schema die Differenzen p nnd d gebildet, so rechnet man mit der Scheibe nach Gl. 1 $p = \frac{\Delta a : \Delta o}{t} \cdot \Delta o$; alsdann

$$s_1 : s \,.\left\{ \begin{array}{l} p = p_1 \\ d = d_1 \end{array} \right.$$

Durch Addition von p_1 zu s_1 erhält man dy, hiezu d_1 addiert, gibt dx. Wenn d grösser als Δa oder als Δo, so wird dx oder dy direkt ermittelt und zugleich kontrolliert.

$$\frac{s_1}{s} \cdot \left\{ \begin{array}{ll} p & = p_1 \\ \Delta o & = dy \\ d & = d_1 \\ \Delta a & = dx. \end{array} \right.$$

5) Knrvenabstecknngen.

Das Lot zum Kreisbogen im Punkte B der Tangente AB ist gleich $\frac{A_1 B_1 : r}{u} \cdot AB$. — Z. B. für $AB = 40$ und $r = 300$ ist das Lot $= 2{,}68 = \frac{40 : 300}{u} \cdot 40$.

Bei der einfachen Berechnnngsart ist es gleichgiltig, ob das Abscissenmass eine runde Zahl oder eine beliebige andere ist. Somit bereitet es nicht die mindeste Schwierigkeit, die Lote für gleiche Bogenabstände statt gleicher Abscissenabstände zn berechnen, wie es z. B. bei stark gekrümmten Kurven und kleinen Radien wünschenswert erscheint. So hat man z. B. für den Radins 30 m und der Bogensehne zn 5 m den Winkel

$$\frac{s}{r} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \text{ oder } \alpha = 5 : 30 . \varrho' : 60 = 9^{0},55 \text{ mal } 2$$
$$\text{„ } 3 \text{ etc.}$$

Punkt	Winkel	Sinus	Abscisse $= sin . 30$	Ordinate	
1	9°,55	0,166	4,98	0,42	Ordinate =
2	19°,10	0,327	9,82	1,66	*sin* : *u* mal Abscisse.
3	28°,7	0,481	14,43	3,70	
4	38°,2	0,620	18,60	6,45	
5	47°,8	0,741	22,23	9,93	
etc.					

Für: α = dem halben Zentriwinkel des Bogens,
R = Radins,
b = Tangentenlänge,
b_1 = Länge der Hilfstangente für $\frac{\alpha}{2}$,
c = Abstand des Tangentenschnittes vom Bogenscheitel,

hat man:

$$\frac{tg\,\alpha}{t} = p; \qquad \frac{c}{p} = b.$$

$tg\,\alpha \,.\, R = b$; eine kleine Korrektur von b (Z) durch Drehnng der Scheibe, gibt für R (L) die übliche runde Zahl.

$p \,.\, R = b_1$ (Hilfstangente)
$p \,.\, b = c$ (Bogenabstand)
Kontrolle $\frac{c}{b_1} = tg\,\alpha$.

Z. B. für $tg\,\alpha = 0{,}4595$ und $c = 58{,}0$ min. erhält man
$p = 0{,}2193$
$b = 265{,}0$ prov.
$R = 580{,}0$ def.
$b = 266{,}51$ „
$b_1 = 127{,}19$ „
$c = 58{,}5$ „

II.

Ist die kleinere Kathete des rechtwinkligen Dreiecks nicht bekannt, sondern die Tangente oder der Sinns des Winkels $\alpha < 45^{0}$ und eine der beiden andern Seiten, so erhält man ans:

$$\frac{tg\,\alpha}{t} \cdot tg\,\alpha = r$$

$$\frac{r}{1+r} = v = 1 - \cos\alpha, \quad \text{ferner}$$

$$\frac{\sin\alpha}{u} \cdot \sin\alpha = v \quad \text{die Gleichnngen:}$$

$$\underline{s = o + r\,o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.)$$

$$\underline{o = s - v\,s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4.)$$

$$p \,.\, a = r \,.\, o = v \,.\, s; \quad a = \frac{v \,.\, s}{p}.$$

6) Koordinatentransformation nnd Linienschnitte.

Bezeichnet man mit m die Abscissen- nnd mit n die Ordinatendifferenz zweier Punkte, ferner mit q die Tangente des Winkels, um welchen die Koordinatenachse (nach rechts) gedreht wird, so hat man

$$x_1 = (m + n\,q) - v\,(m + n\,q) \quad \text{event.} = y_1$$
$$y_1 = (n - m\,q) - v\,(m - n\,q) \quad \text{,,} \quad = x_1$$

als nene Koordinaten des betreffenden Punktes. Zur Kontrolle besteht noch die Gleichung

$$m + r\,m + q\,x_1 = y_1.$$

Die Werte für q, r nnd v erhält man mit der Rechenscheibe in einem Znge:

$$\frac{q}{t} \cdot q = r : (1 + r) = v.$$

Zur Bestimmnng der Stellenzahl für das Komma hat man genähert $\frac{q^2}{2}$.

Die Multiplikation von m nnd n mit q erfolgt mit einer Einstellung, ebenso bei v.

Beispiel:

$C + 48{,}82 + 31{,}0$	$B + 29{,}76 \quad 0{,}0$	$m = 14{,}93$
$B \pm 29{,}76 \pm 0{,}0$	$A \pm 14{,}83 \pm 30{,}0$	$r\,m \quad 2{,}60$
$+ 19{,}06 + 31{,}0$	$(m) + 14{,}93 + 30{,}00\ (n)$	$q \,.\, x_1 \quad 10{,}90$
	$(- n\,q) + 18{,}42 + 9{,}16\ (- m\,q)$	$28{,}43$
$q = -0{,}615$	$(+ 33{,}35 - 20{,}84)$ mal v	
$r = 0{,}174$	$4{,}94 \quad 3{,}08$	
$v = 0{,}1482$	$y_1 \quad 28{,}41 \quad 17{,}76 \quad x_1$	

Die Transformationsgleichnngen sind allgemein gültig, wenn man q (stets kleiner als 1) positiv nimmt, wenn die nene Achse in nngerade Oktanten fällt, negativ bei geraden Oktanten. Bei obigem Beispiel fällt die nene Achse in den zweiten Oktanten, daher q negativ.

Beispiele zu Fig. 3.

7) Die Koordinaten von A und D sind auf die Achse BC zu beziehen.

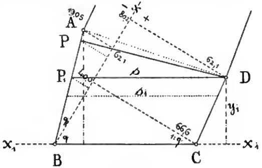

Fig. 3.

$q = 40{,}0 : 66{,}6 = -0{,}6004$	$(m) = +62{,}1 \quad -19{,}05\ (n)$	$m \quad +62{,}1$
$r = 0{,}1664$	$(nq) \quad +11{,}44 + 37{,}28\ (mq)$	$rm + 10{,}33$
$v = 0{,}1427$	$+73{,}54 + 18{,}23\,.\,(v)$	$72{,}43$
	$-10{,}49 - 2{,}60$	$-qx_1 \quad 9{,}39$
	$Ay_1 \quad +63{,}05 + 15{,}63\ x_1$	$63{,}04$
	$(m) \quad +80{,}20 + 62{,}1\ (n)$	$+80{,}2$
	$(nq) \quad -37{,}28 + 48{,}15\ (mq)$	$+13{,}35$
	$+42{,}92 + 110{,}25\,.\,(v)$	$93{,}55$
	$6{,}13 \quad 15{,}73$	$-56{,}76$
	$Dy_1 + 36{,}79 + 94{,}52\ x_1$	$36{,}79$

8) Die Koordinaten des Punktes P_1 für $s \parallel BC$ sind zu bestimmen.

$$y = \frac{m + nq}{q_1 - q}; \qquad x = q\,.\,y.$$

$q_1 = -3{,}260$	$m \quad +80{,}20$		
$q = 0{,}6004$	$nq - 37{,}27$		
$-3{,}8604$	$+42{,}93 : -3{,}860 =$	$-11{,}12\ P_1 y$	$42{,}93\,.\,v$
$P_1 y\,.\,q$	$-6{,}67$	$+62{,}11$	$-6{,}13$
$P_1 x =$	$36{,}26$	$73{,}23\,.\,r$	$36{,}80 = y_1$
		$+12{,}18$	
		$s = 85{,}41$	

9) Abschneiden einer bestimmten Fläche $\parallel DP_1$; z. B. 850 m.

$$h = \frac{2F}{2s - hw};$$

$66{,}6\,.\,r$
$11{,}09$
$77{,}69 = BC$
$-85{,}41 = s$
$7{,}72 : 36{,}80\ (y_1) = w = 0{,}210$

$h = 17{,}00 : (170{,}82 - h \,.\, 0{,}210)$ h geschätzt $= 9$ (Näherung)

$$\begin{array}{rl}
 & -\ 1{,}89 \\ \hline
2f : & 168{,}93 = 10{,}08 \,.\, 0{,}210 \\
2s\ - & 2{,}12 \\ \hline
2f : & 168{,}70 = 10{,}08 = h \\
-s = & 85{,}41 \\ \hline
s_1 = & 83{,}29
\end{array}$$

Absteckungsmasse:

A. $15{,}63 : 63{,}05 = 0{,}248$
$r = 0{,}0303$

D. $\begin{array}{r} 94{,}52 \\ -\ 77{,}69 \\ \hline 16{,}83 : 36{,}79 = 0{,}457 \\ r_1 = 0{,}100 \end{array}$

$$\begin{array}{rl}
 & 10{,}08 \,.\, r \\
+ & 0{,}305 \\ \hline
P_1B = & 10{,}38
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
 & 10{,}08 \,.\, r_1 \\
+ & 1{,}008 \\ \hline
DC = & 11{,}09
\end{array}$$

10) Von D ans soll eine Linie senkrecht zu AB abgesteckt werden.

q_1 $19{,}05 : 62{,}1 = 0{,}3068$	m $+\,80{,}20 + 62{,}10$ n	m $80{,}20 \,.\, r$
$r = 0{,}0459$	nq_1 $-\,19{,}05 + 24{,}60$ mq_1	$3{,}68$
$v = 0{,}0440$	$+\,61{,}15 + 86{,}70 \,.\, v$	$83{,}88$
	$-\ 2{,}69 -\ 3{,}81$	$-\,25{,}43$
	BP $58{,}46$ $82{,}89$	$BP = 58{,}45$

Koordinaten des Punktes P:

$$\begin{array}{rl}
m & 80{,}2 \\
nq_1 & 19{,}05 \\ \hline
 & 61{,}15 : \left\{ \begin{array}{ll} q_1 & 0{,}3068 \\ 1 : q_1 & 3{,}261 \end{array} \right. \\
Py \,.\, q_1 - & 5{,}26 \qquad\qquad -\,3{,}568 = -\,17{,}14\ Py \\ \hline
Px = & 55{,}89
\end{array}$$

11) Die Messungslinie Bx soll im Gelände wiederhergestellt werden.

$$\begin{array}{l}
D + 80{,}20 + 62{,}1 \\
A + 62{,}10 - 19{,}05 \\
\quad - \qquad + \\ \hline
\quad 18{,}10 + 81{,}15 \quad q = 0{,}223 \\
\qquad\qquad\qquad\quad r = 0{,}0245
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr}
19{,}05 \,.\, r & \\
0{,}47 & 19{,}52 \\
62{,}10 \,.\, r & \\
1{,}28 & 63{,}38 \\ \hline
AD = 82{,}90 &
\end{array}$$

Man steckt die Linie AD ab und misst die Masse 19,52 und 63,38 etc.

Einige weitere Beziehungen sind:

Wenn nur p bekannt, so erhält man

$$tg\,\alpha = p \,.\, t \quad \text{und} \quad sin\,\alpha = p \,.\, u,$$

indem man p zwischen Zeiger (Z) und Läufer (L) nimmt und nun die Scheibe so lange dreht, bis t (L) und $tg\,\alpha$ (Z) oder u (L) und sin (Z) auf gleichen Werten stehen.

Somit kann man unmittelbar aus der Tangente den Sinus und aus dem Sinus die Tangente ableiten, denn $p = \frac{tg\ a}{t} = \frac{sin\ a}{u}$.

Da aber auch $\frac{sin\ a}{u} \cdot sin\ \alpha = p\,.\,sin\ \alpha = 1 - cos\ u$, so kann man aus dem Werte für p sämtliche goniometrischen Funktionen entwickeln. Ferner ist auch $\frac{tg\ a}{1+r} = sin\ \alpha$.

12) Koordinatenrechnung.

Man entnimmt der Tafel für die natürlichen Winkelfunktionen die kleinere Fnnktion, da man aus dieser, wie schon angegeben, p entwickelt und dann mit $s - p\,.\,a$ die grössere Ordinate erhält, während vorher die kleinere Ordinate durch direkte Multiplikation gefunden wird.

144° 18′,6	138,27 69,135 11,535 + 80,67	$+0{,}\dot{5}\widehat{834}$	— $p\,a = \frac{0{,}6}{2} \cdot 80$	138,27 — 25,96 — 112,31
83° 35′,0	158,38 — 0,99 + 157,39	+ — $p\,a = \frac{0{,}11}{2} \cdot 18$	$+0{,}\dot{1}\widehat{118}$	158,38 18,69 + 177,07
41° 42′,0	158,32 94,992 + 10,320 105,312	$+0{,}\dot{6}\widehat{652}$	+ $\frac{0{,}7}{2} \cdot 105$	158,32 — 40,12 + 118,20

13) Auf der Rechenscheibe befindet sich ferner noch eine mit $^0/_0$ bezeichnete kleine Teilung, welche zunächst zur Reduktion kleinerer, geneigt gemessener Masse auf die Ebene dient, wenn die Neigung nach Prozenten bekannt ist, nämlich $o = s\,.\,^0/_0$, z. B. $12{,}26\,.\,41{,}8\,^0/_0 = 11{,}32$. Hiemit kann auch eine Messungskontrolle bezüglich des Verhältnisses der Hypotenuse zu den gemessenen Katheten (Ordinaten) geübt werden.

Aus der gemessenen Neigung q erhält man den Sinus des Neigungswinkels $= q\,.\,^0/_0$. Hiemit hat man für Messungen im unebenen Gelände die Formeln zur Berechnung des Höhenunterschiedes zwischen Anfang und Ende einer Linie (des 20 m-Bandes), denn $q\,.\,^0/_0 = sin$ und $s\,.\,sin = a$ (kleine Kathete oder Höhe). Ferner hat man $\frac{a}{t} \cdot q = p\,.\,a$, d. i. jene Grösse, welche von der geneigt gemessenen Strecke abzuziehen ist, um die Horizontale zu erhalten. Für Linienmessungen mit dem 20 m-Band hätte man beispielsweise als Formular:

			$q\,.\,{}^0\!/_0\,.\,s =$	$[a]$ —	$\frac{a}{t}\cdot q =$	$[pa]$
Nr.	${}^0\!/_0$	s	a	h	$p\,.\,a$	
1	+ 50,5	20,00	+ 9,00	. . . .	2,147	. . . .
2	+ 41,6	20,00	+ 7,68		1,536	
3	+ 35,2	{ 11,30	+ 3,74		0,640	
4	+ 28,6	8,70	+ 2,39		0,335	
5	+ 16,8	20,00	+ 3,31		0,276	
6	— 12,4	20,00	— 2,45		0,152	
7	— 18,3	14,26	— 2,56		0,233	
		114,26			5,319	
		— 5,32				
		108,94				

Diese Methode eignet sich hauptsächlich für Streckenmessungen bei Polygonzügen, wenn keine Zwischenmasse zu nehmen sind, oder zur Aufnahme von Querprofilen. Bei Linienmessungen zu Detailaufnahmen wird man am zweckmässigsten sofort jede Bandlänge reduzieren, indem man dem Bande in geneigter Richtung jenes Mass hinzufügt, welches nötig ist, um in der Ebene 20 m zu ergeben. Hiezu dient die Gleichung 3. Ein vom Verfasser vor längerer Zeit konstruierter Neigungsmesser enthält ausser der Prozentteilung noch die Teilung für $r\,.\,20$ (nach Gl. 3), welche unmittelbar in Zentimetern das Vorlegemass angibt, sodass keinerlei Aufschreibungen und Rechnungen nötig sind. Bei Messungen, welche keine höhere Genauigkeit als etwa 1 : 1000 erfordern, gibt kürzere Strecke mal ${}^0\!/_0$ die reduzierte Länge, mal q den Höhenunterschied.

Handhabung der Rechenscheibe.

1) Die Vorzeichen der Zahlenwerte sind wie beim logarithmischen Rechnen + für Multiplikation, — für Division. Dem entspricht die mechanische Handhabung der Rechenscheibe. + bedeutet Drehung der Scheibe unter Festhaltung des Läufers (L), — bedeutet Drehung des Läufers unter Festhaltung der Scheibe.

2) Die Einstellung des einen Faktors bezw. des Dividenden erfolgt stets beim Zeiger (Z), woselbst auch die Ablesung des schliesslichen Resultates stattfindet. Demnach ergeben sich folgende Rechnungstypen:

$$a\,.\,b = \frac{a}{1}\cdot b = a - 1 + b \qquad \begin{matrix}\text{— Läufer!}\\ \text{+ Scheibe!}\end{matrix}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b}\cdot 1 = a - b + 1$$

$$\frac{a\,.\,b}{c} = \frac{a}{c}\cdot b = a - c + b \qquad \text{(Verhältnisrechnung)}$$

$$\frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} \cdot 1 = a - b + 1 - c + 1$$

$$\frac{a \cdot b}{c \cdot d} = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} \cdot 1 = a - c + b - d + 1$$

$$\sqrt{a^2} = a^2 - a_1 + 1 = a_2; \qquad a_1 \text{ geschätzt}$$

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

Die Einstellungen (Drehungen) des Läufers und der Scheibe erfolgen stets abwechselnd aufeinander (— und +), wobei die letzte Einstellung immer +, eine Scheibendrehung, ist. Wenn hiefür keine Zahl vorhanden ist, wird an deren Stelle 1 gesetzt.

3) Reziproke.

$a : o = tang = a - o + 1$. Dreht man unter Festhalten des L die Zahl 1 der Scheibe auf Z, so befindet sich unter dem L die Reziproke $= cotang$.

4) Die pythagoräischen Teilungen t und u.

$$\frac{a:o}{t} \cdot a = p \cdot a; \qquad a - o + 1 = tang$$

$$tang - t + a = p \cdot a$$

$$\frac{a:s}{u} \cdot a = p \cdot a; \qquad a - s + 1 = sin$$

$$sin - u + a = - p \cdot a$$

$$\frac{tang}{t} \cdot tang = r; \qquad q - t + q = r$$

$$r - (1 + r) + 1 = v$$

$$\frac{sin}{u} \cdot sin = v; \qquad sin - u + sin = v = 1 = cos.$$

$$p \cdot a = o \cdot r = s \cdot v.$$

Mit den vorstehend aufgeführten Beispielen über die Anwendung der pythagoräischen Teilungen wollten keine schematischen Normen für die Berechnungen selbst gegeben, sondern nur gezeigt werden, dass die Rechnungsarbeit des Geometers ohne Gefährdung der Genauigkeit in vielen Fällen wesentlich vereinfacht und da, wo es geboten erscheint, ohne besondere Umstände sofort am Arbeitsplatze vorgenommen werden kann. Die Präzisionsrechenscheibe besitzt die gleichen Teilungen für t und u und gibt das Resultat 10 mal genauer.

Weiden, im Januar 1903. *Röther*, Bezirksgeometer.

Der deutsche Geometerkongress zu Dresden

am 11.—14. Juli 1903.

(Schluss von S. 590.)

8) Landmesser Siedentopf-Hannover.

Die nächste Veranlassung zur Vornahme grösserer Vermessungen im Stadtgebiete gab für Hannover die im Jahre 1859 erfolgte Einverleibung